

---

# Etude de la butée tridimensionnelle

**Abdul-Hamid Soubra\* - Pierre Regenass\***

**Mohamed Meksaouine\*\* - Richard Kastner\*\* - Yvan Bourdeau\*\***

*\* Laboratoire d'Etudes et de Recherches en Génie Civil - ENSAIS*

*24 Bd. de la Victoire*

*67084 Strasbourg cedex*

*Ahamid.Soubra@ensais.u-strasbg.fr*

*\*\* URGC Géotechnique - INSA de Lyon*

*20 avenue Albert Einstein*

*69621 Villeurbanne cedex*

*kastner@gcu-geot.insa-lyon.fr*

---

*RESUME : L'objectif de cet article est l'élaboration d'un modèle de calcul de la butée mobilisable sur un écran de largeur limitée. Une modèle réduit a permis de mettre en évidence les mécanismes de rupture développés. Grâce à ces observations expérimentales, une étude théorique basée sur l'approche cinématique de la théorie de l'analyse limite a permis d'élaborer un schéma de calcul de la butée tridimensionnelle. Trois mécanismes de rupture de type translationnels ont été envisagés. La confrontation des résultats entre mécanismes a permis de dégager le meilleur majorant de l'effort de butée.*

*ABSTRACT : The aim of this paper is to propose a theoretical model for the computation of the three-dimensional passive earth pressures. Based on experimental observations on small model tests, a theoretical approach based on the upper-bound method of limit analysis is proposed. Three translational failure mechanisms are considered for the calculation schemes. The comparison of results obtained from the three failure mechanisms allows one to obtain the least upper-bound solutions of the three-dimensional passive earth pressure problem.*

*MOTS-CLES : butée des terres, soutènement, analyse limite.*

*KEY WORDS : passive earth pressure, retaining structures, limit analysis.*

---

## 1. Introduction :

De nombreux ouvrages, tels que les massifs de réaction, les corps d'ancrage ou les écrans de soutènement ayant une fiche discontinue (parois berlinoises, rideaux de palplanches à jambes de pantalon....) sollicitent la résistance passive du sol de manière tridimensionnelle. Si le problème de la butée bidimensionnelle provoquée par des écrans filants a fait l'objet de très nombreuses études tant expérimentales que théoriques, il n'est pas de même de la butée tridimensionnelle provoquée par des écrans de largeur limitée. On dispose essentiellement de résultats d'essais sur modèles présentant une forte dispersion et synthétisés par Horn [HOR 72]. Pour le calcul, Weissenbach [WEI 61] a présenté une extension à 3 dimensions du schéma du coin de Coulomb alors que Horn propose une règle empirique déduite des expériences qu'il a analysées. Les limites de ces résultats nous ont conduit d'une part à effectuer des expérimentations sur modèles bidimensionnels et tridimensionnels, dont les conclusions sont rappelées ici, puis à développer trois mécanismes de rupture dans le cadre de l'approche cinématique de la théorie de l'analyse limite. La confrontation des résultats entre mécanismes permet de déterminer le meilleur majorant de l'effort de butée.

## 2. Etude expérimentale de la butée tridimensionnelle

Horn [HOR 72] a présenté une synthèse d'une vingtaine de recherches expérimentales sur la butée tridimensionnelle. Son analyse fait apparaître de très fortes dispersions des résultats souvent difficiles à synthétiser en raison de la nature différente des matériaux, du manque de données sur leurs propriétés, et enfin des effets d'échelles liés aux différences de taille des modèles. Cette dispersion nous a conduit à réaliser deux campagnes d'essais (Meksaouine [MEK 93] et Belabdelouhab [BEL 88]) en utilisant le même bâti d'essai et le même matériau que ceux utilisés par Bourdeau [BOU 77] lors de l'étude de la butée bidimensionnelle. Ces essais conduisent ainsi à un ensemble cohérent de résultats allant des écrans filants aux pieux d'élancement important.

Les résultats expérimentaux ont montré que le comportement du pieu est très distinct, tant qualitativement que quantitativement, selon qu'il est de type élancé ou peu élancé. La synthèse des résultats obtenus par Belabdelhouhab [BEL 88] et Meksaouine [MEK 93] montre que la frontière entre les deux domaines correspond à une valeur critique  $(b/h)_c$  voisine de 0.25. Les observations montrent que ces différences de comportement sont liées à un changement de mécanisme :

- pour un écran peu élancé ( $h/b < 4$ ), la translation de l'écran provoque un mécanisme de rupture semblable au mécanisme bidimensionnel avec un prisme de rupture tridimensionnel partant de la base de l'écran.

- pour une écran d'élancement important ( $h/b > 4$ ), le prisme de rupture tridimensionnel ne concerne que la partie supérieure de l'écran. Dans sa partie inférieure, la translation de l'écran provoque un refoulement latéral du sol.

Dans cet article, on se propose d'élaborer un schéma de calcul de la butée tridimensionnelle dans le cas des écrans peu élancés ( $h/b < 4$ ).

### 3. Calcul de la butée sur un écran de forme rectangulaire

Pour l'étude de la butée bidimensionnelle par l'approche cinématique de l'analyse limite, Chen et Rosenfarb [CHE 73] ont présenté les travaux les plus significatifs dans ce domaine en étudiant six mécanismes de rupture translationnels allant du mécanisme le plus simple de Coulomb, aux mécanismes plus évolués (mécanisme à deux blocs rigides et mécanisme en log-sandwich). Dans le cadre des mécanismes translationnels, le mécanisme en log-sandwich donne souvent le meilleur majorant de l'effort de butée. Le mécanisme à deux blocs rigides donne des résultats très proches de ceux donnés par le mécanisme en log-sandwich. Ces mécanismes fournissent à l'heure actuelle la borne supérieure la plus faible disponible dans la littérature pour les mécanismes bidimensionnels de type translationnels. L'objectif de cet article est la généralisation des mécanismes translationnels à un ou deux blocs rigides envisagés par Chen et Rosenfarb [CHE 73] au cas de la butée tridimensionnelle. Trois mécanismes de rupture sont proposés. La confrontation des résultats entre mécanismes permet de fournir le meilleur majorant de l'effort de butée.

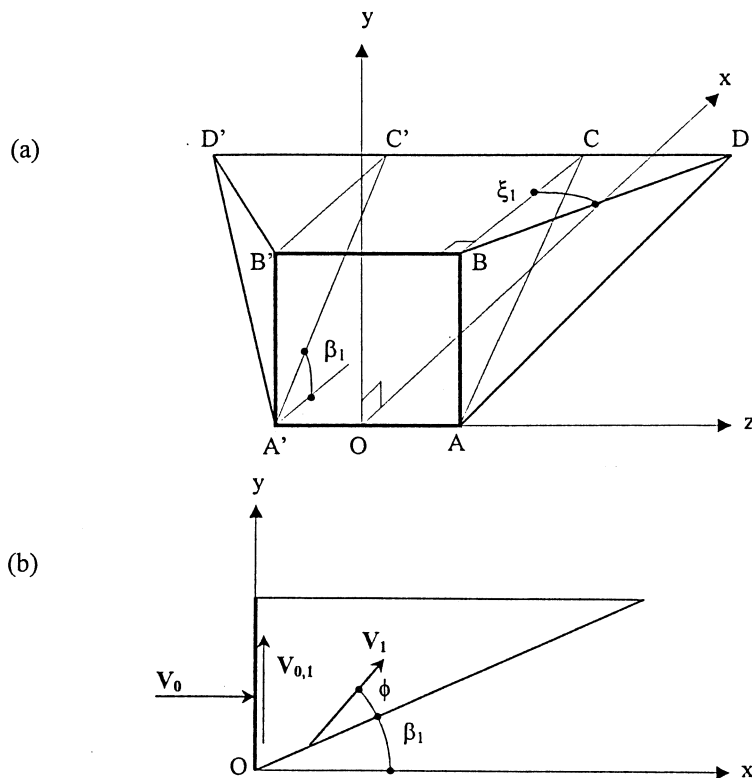
#### 3.1. Mécanismes de rupture retenus

Dans ce paragraphe, nous présentons les trois mécanismes de rupture envisagés. Pour ne pas alourdir la présentation, nous donnons uniquement le principe de construction de ces trois mécanismes de rupture.

##### 3.1.1. Mécanisme à un bloc rigide 'M1'

Le mécanisme 'M1' est le mécanisme le plus simple permettant la prise en compte de l'effet tridimensionnel. Ce mécanisme s'inspire du schéma de rupture proposé par Weissenbach [WEI 61] tout en respectant les conditions cinématiques de l'analyse limite. Il est composé d'un bloc rigide symétrique AA'BB'DD' de forme pentaédrique contiguë à l'écran AA'BB' (Figure 1a). Ce bloc est délimité à sa base par le plan AA'DD' et latéralement par les faces triangulaires ABD et A'B'D'. Il débouche à la surface du sol suivant le trapèze BB'DD'. Nous présentons (Figure 1b) la coupe du mécanisme de rupture suivant le plan vertical de symétrie Oxy. Ce mécanisme est défini par le paramètre angulaire  $\beta_1$ , l'angle dièdre entre le plan horizontal et le plan de base AA'DD'. L'orientation des plans de rupture du

mécanisme 'M1' n'est pas arbitraire. L'approche cinématique en analyse limite impose un angle égal à  $\phi$  entre le vecteur vitesse du bloc et toutes les surfaces de discontinuité de vitesses. Par rapport au plan de base, cette condition impose la direction du vecteur vitesse  $V_1$  du bloc, orientée à  $\beta_1 + \phi$  par rapport à l'horizontale (Figure 1b). En ce qui concerne le plan latéral ABD, cette condition permet de fixer son ouverture par rapport au plan vertical ABC. L'angle dièdre  $\xi_1$  (Figure 1a) entre le plan latéral ABD et le plan vertical ABC est obtenu en imposant un angle égal à  $\phi$  entre le vecteur vitesse  $V_1$  du bloc et sa projection orthogonale sur le plan latéral ABD. Pour l'étude de la cinématique du mécanisme 'M1', le mouvement horizontal de l'écran de vitesse  $V_0$  induit un mouvement en translation du bloc rigide AA'BB'DD' de vitesse  $V_1$  (Figure 1b). Ces translations s'accompagnent d'une discontinuité de vitesse suivant le plan de l'écran.

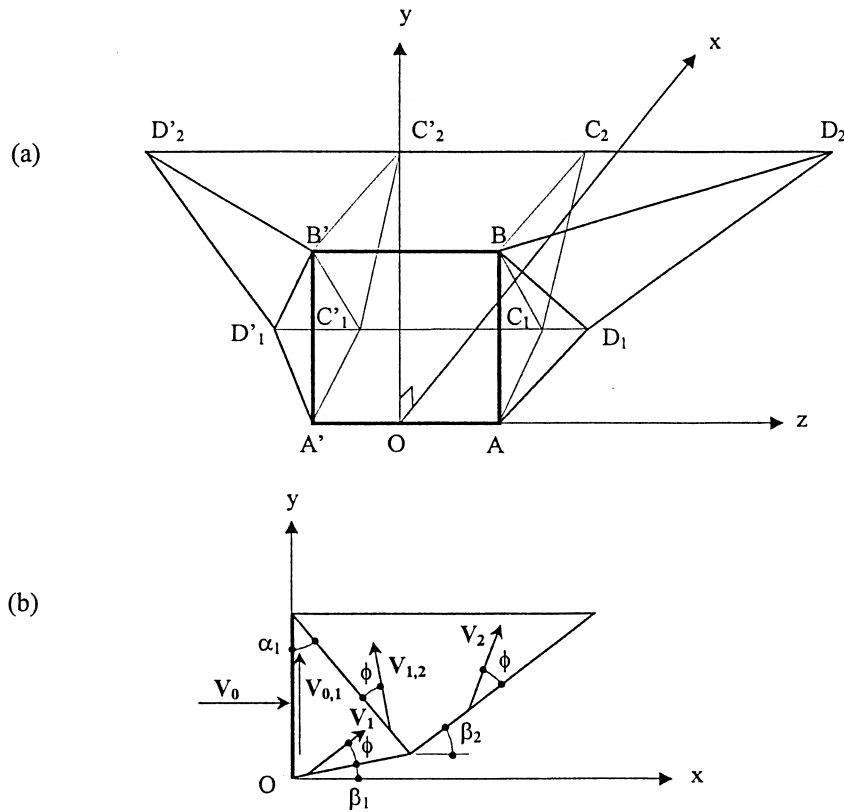


**Figure 1.** a) Mécanisme de rupture 'M1' b) Coupe du mécanisme suivant Oxy. a) Failure mechanism 'M1' b) Cross-section through Oxy

### 3.1.2. Mécanisme à 2 blocs rigides 'M2'

Le mécanisme à deux blocs rigides se révèle l'un des mécanismes les plus pertinents parmi les six mécanismes de rupture envisagés par Chen et Rosenfarb [CHE 73]

dans le cas des écrans filants. Le mécanisme 'M2' à deux blocs rigides en constitue une adaptation tridimensionnelle. Ce mécanisme est défini par deux blocs rigides pentaédriques symétriques par rapport au plan Oxy, dont l'arête commune s'appuie sur le bord supérieur de l'écran BB' (Figure 2a). Le premier bloc AA'BB'D<sub>1</sub>D<sub>1</sub>' est contigu à l'écran AA'BB' et est délimité par le plan de séparation BB'D<sub>1</sub>D<sub>1</sub>', le plan de base AA'D<sub>1</sub>D<sub>1</sub>' et les deux plans latéraux ABD<sub>1</sub> et A'B'D<sub>1</sub>'. Le deuxième bloc débouche à la surface du sol suivant le trapèze BB'D<sub>2</sub>D<sub>2</sub>'. La coupe du mécanisme de rupture, effectuée suivant le plan vertical de symétrie Oxy est représentée figure 2b. Ce mécanisme de rupture est défini par trois paramètres angulaires indépendants i)  $\alpha_1$ , l'ouverture angulaire entre l'écran et le plan de séparation BB'D<sub>1</sub>D<sub>1</sub>' des deux blocs et ii)  $\beta_i$  ( $i=1,2$ ), l'angle dièdre entre le plan de base du bloc i et le plan horizontal.



**Figure 2.** a) Mécanisme de rupture 'M2' b) Coupe du mécanisme suivant Oxy. a) Failure mechanism 'M2' b) Cross-section through Oxy

Comme précédemment, chaque bloc doit respecter la condition cinématique qui impose l'orientation des faces délimitant les deux blocs rigides. Pour le premier bloc,

les orientations des plans latéraux  $ABD_1$  et  $A'B'D_1'$  et du plan de base  $AA'D_1D_1'$  sont identiques à celles du mécanisme 'M1'. En ce qui concerne le bloc supérieur, l'orientation des plans latéraux  $BD_1D_2$  et  $B'D_1'D_2'$  est obtenue, comme dans le cas du premier bloc, en imposant un angle égal à  $\phi$  entre le vecteur vitesse  $V_2$  et sa projection orthogonale sur les deux plans latéraux.

### 3.1.3. Mécanisme à un bloc tronqué 'M1t'

Le mécanisme 'M1t' offre une amélioration du mécanisme 'M1' présenté précédemment. Il permet de réduire de manière significative le volume du sol mis en jeu lors de la rupture. Ce mécanisme de rupture est composé d'un unique bloc rigide  $AA'BB'MM'CC'$  (Figure 3). Le plan de base  $AA'DD'$  et les plans latéraux  $ABD$  et  $A'B'D'$  du mécanisme 'M1' sont interceptées par deux surfaces coniques de sommet  $A$  et  $A'$ , de demi-angle au sommet  $\phi$ , dont les axes sont colinéaires au vecteur vitesse  $V_1$  du bloc. Ces surfaces coniques sont tangentes i) au plan de base suivant les génératrices  $AC$  et  $A'C'$  et ii) aux plans latéraux  $ABD$  et  $A'B'D'$  suivant les génératrices  $AM$  et  $A'M'$ . A la surface du sol, la directrice suit un arc d'ellipse  $MC$  (respectivement  $M'C'$ ) tangente i) à la trace du plan latéral au point  $M$  (respectivement  $M'$ ) et ii) à la trace du plan de base au point  $C$  (respectivement  $C'$ ).

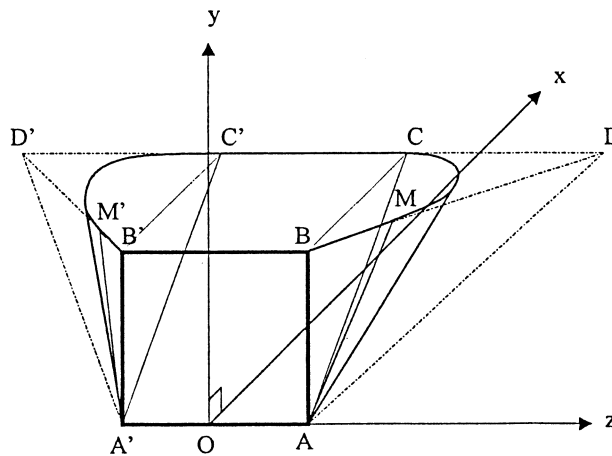


Figure 3. Mécanisme de rupture 'M1t'. Failure mechanism 'M1t'

Le mécanisme de rupture ainsi défini respecte intégralement la condition cinématique : toutes les surfaces en rupture sont inclinées d'un angle  $\phi$  par rapport au vecteur vitesse  $V_1$ . Comme pour le mécanisme 'M1', ce mécanisme est défini par l'unique paramètre angulaire  $\beta_1$ , l'angle dièdre entre le plan horizontal et le plan de base  $AA'CC'$ . La cinématique du mécanisme 'M1t' est similaire à celle du mécanisme 'M1'.

#### 4. Résultats numériques

La méthode cinématique de la théorie de l'analyse limite requiert le calcul de la puissance des efforts extérieurs et de la puissance dissipée pour chaque mécanisme envisagé. La puissance des efforts extérieurs concerne la force de butée  $P_p$  inclinée d'un angle  $\delta$  par rapport à la normale de l'écran et le poids des différents blocs. La puissance dissipée est nulle dans notre cas, le sol étant supposé purement frottant. L'écriture du bilan énergétique pour les différents mécanismes permet de donner l'expression de l'effort de butée  $P_p$  sous la forme

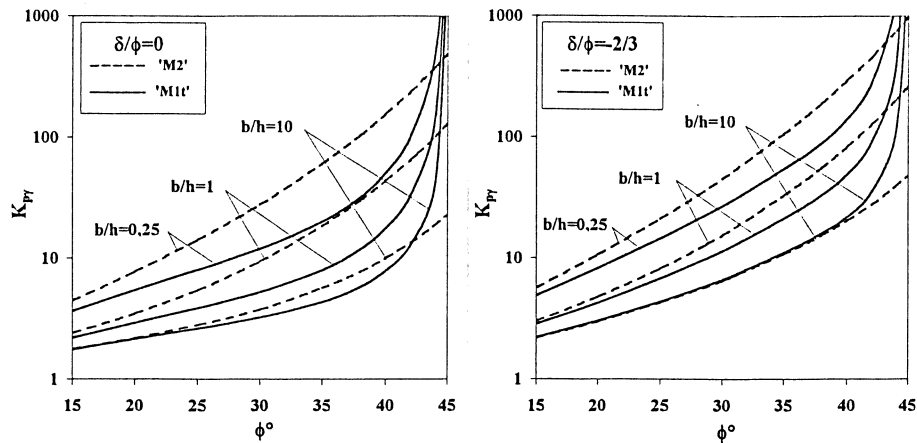
$$P_p = K_{py} \frac{\gamma h^2 b}{2} \quad (1)$$

où  $K_{py}$  représente le coefficient de butée tridimensionnelle. Ce coefficient est fonction des différents paramètres angulaires décrivant chacun des mécanismes envisagés, de l'angle de frottement interne du sol  $\phi$ , de l'angle de frottement sol-structure  $\delta$  et du rapport largeur sur hauteur de l'écran  $b/h$ . La minimisation du coefficient de butée  $K_{py}$  par rapport aux paramètres angulaires du mécanisme considéré, permet d'obtenir le coefficient de butée minimal ainsi que le volume de glissement critique correspondant. Suite à l'analyse de nos résultats expérimentaux, nous avons limité cette étude au rapport  $b/h > 0.25$ . En effet, les mécanismes envisagés ne prennent pas en compte le refoulement latéral du sol observé en partie inférieure de l'écran pour des élancements importants.

##### 4.1. Confrontation des résultats entre mécanismes

Les résultats numériques ont montré que les solutions obtenues à partir du mécanisme 'M1' fournissent toujours les résultats les plus mauvais puisqu'elles donnent le plus grand majorant parmi les trois mécanismes étudiés. Dans la suite de notre étude, on se limitera donc à la confrontation entre les mécanismes 'M2' et 'M1t'.

La figure (4) présente la variation du coefficient de butée  $K_{py}$  obtenu par les mécanismes 'M2' et 'M1t' en fonction de  $\phi$  pour trois valeurs du rapport  $b/h$  ( $b/h=0.25, 1$  et  $10$ ) et pour  $\delta/\phi=0$  et  $-2/3$ . Pour les valeurs de  $\delta/\phi$  supérieures à  $-2/3$ , le mécanisme 'M1t' aboutit au meilleur majorant de l'effort de butée sauf pour les fortes valeurs de l'angle de frottement interne du sol  $\phi$ . L'amélioration amenée par le mécanisme 'M1t' est d'autant plus significative que le rapport  $b/h$  diminue. Par contre, le mécanisme 'M2' supprime le mécanisme 'M1t' dans le cas des écrans de largeur importante ( $b/h > 7$ ) avec  $\delta/\phi < -2/3$ . En effet, pour les élancements faibles, l'effet tridimensionnel s'estompe ; on est alors proche d'un problème plan.



**Figure 4.** Variation de  $K_{py}$  en fonction de  $\phi$  pour  $b/h=0.25, 1$  et  $10$  et pour  $\delta/\phi=0$  et  $-2/3$ .  $K_{py}$  versus  $\phi$  for  $b/h=0.25, 1$  and  $10$  and for  $\delta/\phi=0$  et  $-2/3$ .

## 5. Conclusion

L'étude expérimentale de la butée tridimensionnelle a fait apparaître deux types de comportement très distincts selon l'élancement de l'écran. La frontière entre ces deux comportements, liée à une modification du mécanisme de rupture, se situe autour d'un élancement de l'écran proche de  $h/b$  égal à 4. Les observations précédentes ont permis d'élaborer un schéma de calcul de la butée tridimensionnelle basé sur l'approche cinématique de l'analyse limite pour les écrans peu élancés. Trois mécanismes de rupture constitués de un ou de deux blocs rigides sont envisagés. La confrontation entre mécanismes a mis en évidence la pertinence du mécanisme 'M1t' à un bloc rigide tronqué.

## 6. Bibliographie

- [BEL 88] Belabdelouahab, F., Etude expérimentale de la butée discontinue sur modèle réduit. Thèse de Doctorat, INSA Lyon, 1988, 214 p.
- [BOU 77] Bourdeau, Y., Poussée des sols pulvérulents, influence des caractéristiques des sols et du modèle d'essais. Thèse de Docteur Ingénieur, INSA Lyon, 1977, 205 p.
- [CHE 73] Chen, W.F. & Rosenfarb, J.L., « Limit analysis solutions of earth pressure problems », Soils and Foundations, Vol. 13, N° 4, p. 45-60, 1973.
- [HOR 72] Horn, A. Résistance et déplacement de culées de ponts chargées latéralement. Proceedings of the 5<sup>th</sup> European Conference on Mechanics and Foundation Engineering, Madrid, 1972, Vol. 2, p. 143-145
- [MEK 93] Meksaouine, M., Etude expérimentale et théorique de la poussée passive sur pieux rigides. Thèse de Doctorat, INSA Lyon, 1993.
- [WEI 61] Weissenbach, A. « Der Erdwiderstand vor schmalen Druckflechen », Thèse de Docteur Ingénieur, Franzius Institut für Grund und Wasserbau der Technischen Hochschule Hannover, 338p.