

# EFFET DE LA VARIABILITE SPATIALE DU SOL DANS L'ETUDE DU COMPORTEMENT DES FONDATIONS SUPERFICIELLES FILANTES

## EFFECT OF SOIL SPATIAL VARIABILITY ON THE ANALYSIS OF SHALLOW STRIP FOOTINGS

Dalia YOUSSEF ABDEL MASSIH<sup>(1)</sup>, Abdul-Hamid SOUBRA<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup> CNRS Libanais, Centre de Géophysique, Bhanes, Liban, [dalia@cnrs.edu.lb](mailto:dalia@cnrs.edu.lb)

<sup>(2)</sup> Université de Nantes, GeM, UMR CNRS 6183, Saint-Nazaire, France

**RÉSUMÉ** – Cet article présente une analyse probabiliste à l'état limite ultime et à l'état limite de service d'une fondation superficielle filante soumise à une charge verticale centrée et posée sur un sol présentant une variabilité spatiale. Les modèles deterministic sont basés sur des simulations numériques. La réponse probabiliste du système géotechnique en termes de charge limite et déplacements de la fondation, est présentée et analysée.

**ABSTRACT** – The paper presents the effect of the soil spatial variability on the behavior of a vertically loaded strip footing at the ultimate and the serviceability limit states. The deterministic models used are based on numerical simulations. The system probabilistic response in terms of ultimate footing load and footing displacements is presented and discussed.

### 1. Introduction

La variabilité naturelle des propriétés du sol affecte le comportement des ouvrages en géotechnique (portance et tassement des fondations, stabilité des pentes, etc.). La prise en compte de la variabilité spatiale des propriétés du sol dans les modèles mécaniques requiert une modélisation de ces propriétés par des champs aléatoires. La discrétisation de ces champs permet d'effectuer un couplage mécano-féabiliste pour le système étudié. Plusieurs auteurs ont considéré l'effet de la variabilité spatiale du sol dans leurs calculs aux éléments finis. On peut citer (i) Griffiths et Fenton (1993) dans les problèmes d'écoulement, (ii) Fenton et Griffiths (2002, 2005) dans les problèmes de tassement, (iii) Assimaki et al. (2002) dans les problèmes de propagation des ondes sismiques, (iv) Griffiths et Fenton (2000) dans les problèmes de stabilité de pentes et (v) Popescu et al. (2005), Griffiths et al. (2002) et Griffiths et Fenton (2001) dans les problèmes de portance de fondations.

Cet article présente une analyse probabiliste à l'état limite ultime et à l'état limite de service, d'une fondation superficielle filante soumise à un chargement vertical centré et posée sur un sol présentant une variabilité spatiale. Les simulations numériques sont basées sur un modèle élasto-plastique utilisant le logiciel FLAC<sup>3D</sup>. Pour l'état limite ultime, la cohésion et l'angle de frottement interne sont modélisés à l'aide de champs aléatoires non-Gaussiens et anisotropes en ce qui concerne la distance d'autocorrélation. Pour le cas de l'état limite de service, la variabilité spatiale du module d'Young et du coefficient de Poisson est considérée. La méthode de discrétisation de champs utilisée est la méthode spectrale.

## 2. Méthodologie utilisée pour la discréétisation d'un champ

La méthode spectrale décrite par Shinozuka et Deodatis (1991) et Popescu et al. (1998) est utilisée dans cet article pour la génération de champs aléatoires non-gaussiens en 2D respectant une fonction de densité spectrale et une densité de probabilité (non-gaussienne) prescrites.

Cette méthode consiste à générer un champ aléatoire gaussien vérifiant la matrice de densité spectrale initiale cible en utilisant la technique de transformation de fourrier rapide FFT. Ensuite, le champ gaussien est transformé en un champ non gaussien par une transformation non linéaire couplée à un processus itératif.

Une fonction d'autocorrelation exponentielle anisotrope du premier ordre est utilisée ici. Elle est donnée par la formule suivante (Vanmarcke 1983):

$$\rho(x, y) = e^{-2\sqrt{\left(\frac{\delta_x}{\delta_x}\right)^2 + \left(\frac{\delta_y}{\delta_y}\right)^2}} \quad (1)$$

La fonction densité spectrale correspondante est :

$$S(\kappa_x, \kappa_y) = \frac{\delta_x \delta_y}{8\pi} \left[ 1 + \left( \frac{\delta_x \kappa_x}{2} \right)^2 + \left( \frac{\delta_y \kappa_y}{2} \right)^2 \right]^{-3/2} \quad (2)$$

où  $\kappa_x$  et  $\kappa_y$  sont les fréquences suivant les directions x et y respectivement. La fréquence de coupure  $(\kappa_{x_u}, \kappa_{y_u})$  est choisie en limitant la fonction densité spectrale à une valeur donnée en-dessous de laquelle la valeur de la fonction est considérée négligeable (i.e.  $S(\kappa_{x_u}, \kappa_{y_u}) < \varepsilon$  avec  $\varepsilon = 10^{-3}$  à  $10^{-5}$ ).

## 3. Simulations de Monte Carlo

Pour chaque jeu de données des paramètres statistiques des champs aléatoires représentant les propriétés du sol, plusieurs réalisations de champs sont générées dans Matlab 7.0 en utilisant la méthode de représentation spectrale et les simulations de Monte Carlo. Le calcul de la réponse du sol (i.e. portance, déplacement, rotation de la fondation) est effectué dans FLAC<sup>3D</sup> pour chaque réalisation des champs représentant les propriétés du sol. Un échange de données entre FLAC<sup>3D</sup> et Matlab 7.0 dans les deux directions a donc été nécessaire. Le mode de transfert des données stochastiques vers le maillage de FLAC<sup>3D</sup> est effectué par la méthode du milieu (cf. Youssef Abdel Massih, 2007). La moyenne et l'écart-type non biaisé de la réponse R sont calculés comme suit :

$$\mu_R = \frac{1}{n_{sim}} \sum_{i=1}^{n_{sim}} R \quad (3)$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{1}{n_{sim}-1} \sum_{i=1}^{n_{sim}} (R - \mu_R)^2} \quad (4)$$

où  $n_{sim}$  est le nombre des simulations de Monte Carlo.

## 4. Modèle déterministe

Le modèle déterministe utilisé pour le calcul de la charge ultime, du déplacement et de la rotation de la fondation est basé sur des simulations numériques sous FLAC<sup>3D</sup>. Un pilotage en déplacement est adopté pour le calcul de la charge ultime de

la fondation. Un domaine de sol de longueur  $15B = 30\text{ m}$  et de hauteur  $2.5B = 5\text{ m}$  est considéré. Les limites verticales et horizontales du domaine sont suffisamment loin de la fondation pour ne pas perturber le champ de vitesses dans le sol pour toutes les configurations de sol et de chargement étudiées ultérieurement. Un maillage non uniforme composé de 1620 zones est utilisé (Figure 1). Les conditions aux limites du maillage consistent à (i) bloquer les déplacements dans la direction perpendiculaire au plan de la figure (1) car le problème traité est bi-dimensionnel ; (ii) bloquer les déplacements dans la direction horizontale pour les deux plans verticaux les plus loin de la fondation (*i.e.* limites verticales du maillage); et (iii) bloquer tout mouvement dans toutes les directions pour la frontière inférieure du domaine. Un modèle élastique parfaitement plastique basé sur le critère de rupture de Mohr-Coulomb est utilisé pour représenter le sol. Une fondation de largeur 2m et de hauteur 0.5 m est simulée par un matériau élastique linéaire et non pesant. Pour ce qui concerne le module d'Young de la fondation, une valeur cent fois plus élevée que celle du sol a été adoptée et ce, afin de modéliser une fondation rigide. La fondation est reliée au sol par l'intermédiaire d'éléments d'interface suivant la loi de Coulomb. Concernant les caractéristiques mécaniques de l'interface, elles sont considérées égales à celles du sol afin de modéliser un contact parfaitement rugueux.

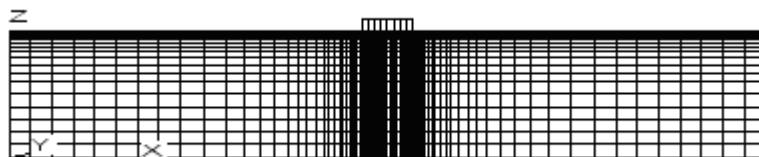


Figure 1. Maillage (FLAC<sup>3D</sup>)

## 5. Résultats numériques

Les résultats numériques présentés dans cet article considèrent le cas d'une fondation superficielle filante posée sur un sol ayant un poids volumique de  $18\text{ kN/m}^3$ . La cohésion  $c$  suit une loi Lognormale et l'angle de frottement interne  $\varphi$  suit une loi Béta (Fenton et Griffiths, 2003). Les valeurs choisies pour les moments statistiques des paramètres de résistance au cisaillement du sol et de leur coefficient de corrélation  $\rho_{c,\varphi}$  ont été prises comme suit:  $\mu_c = 20\text{ kPa}$  ,  $\mu_\varphi = 30^\circ$  ,  $10 \leq COV_c \leq 40\%$  ,  $5\% \leq COV_\varphi \leq 15\%$  et  $\rho_{c,\varphi} = 0$  . L'angle de dilatance est considéré égal à  $2\varphi/3$  . Les moments statistiques des propriétés élastiques sont :  $\mu_E = 60\text{ MPa}$ ;  $COV_E = 15\%$ ;  $\mu_v = 0.3$  et  $COV_v = 5\%$  . Les distances de corrélations des propriétés de cisaillement et des caractéristiques élastiques du sol sont considérées égales à  $\delta_x = \delta_y = 2\text{ m}$  . Concernant le nombre des simulations de Monte Carlo, il a été remarqué que la convergence est atteinte à partir d'un nombre de simulations proche de 100 pour lequel la moyenne de la réponse du système et son coefficient de variation deviennent constants (*cf.* Figures 2 et 3). Pour ces 100 simulations, l'intervalle de confiance sur la valeur moyenne de la charge ultime ( $\pm$  un écart-type) sera égal à l'écart type de la charge ultime des 100 simulations multiplié par  $1/\sqrt{n_{sim}} = 0.1$  , ce qui est équivalent à 10% de  $\sigma_R$  . De même, l'intervalle de confiance sur la variance de la charge ultime sera égal à la variance de la charge ultime des 100 simulations multipliée par

$$\sqrt{\left(2/(n_{sim} - 1)\right)} = 0.142$$

$$\sigma_R^2$$

±

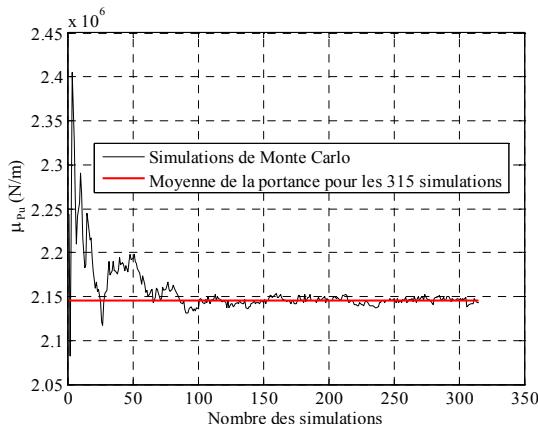


Figure 2. Moyenne de la portance en fonction du nombre des simulations

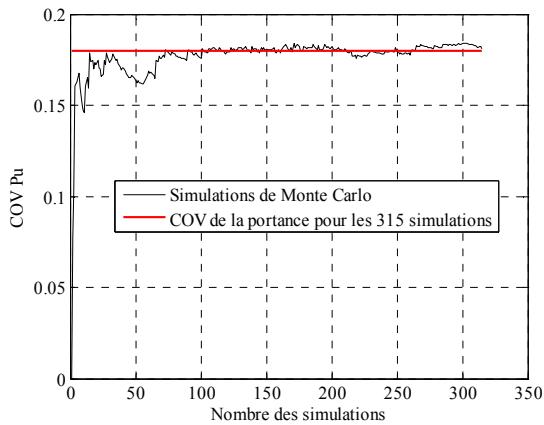


Figure 3. Coefficient de variation de la portance en fonction du nombre des simulations

### Etat limite ultime (ELU)

La figure (4) montre les courbes effort-déplacement de toutes les simulations de Monte Carlo ainsi que la moyenne de ces courbes. La valeur de la moyenne de la charge ultime est de 2143.5 kPa. Cette valeur est inférieure à la valeur déterministe (i.e. 2386 kN/m) calculée pour un sol homogène dont les caractéristiques de cisaillement sont constantes et égales aux valeurs moyennes (i.e.  $c = 20$  kPa,  $\phi = 30^\circ$ ,  $\psi = 20^\circ$  ).

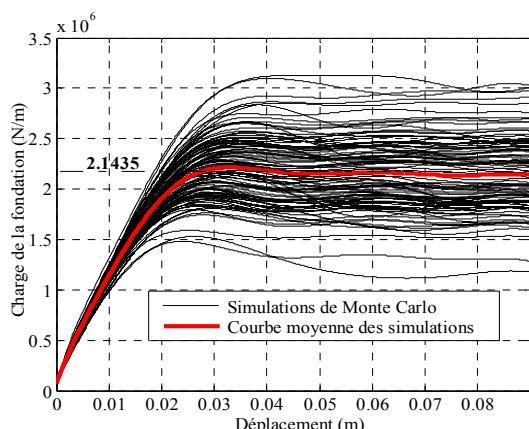


Figure 4. Courbes effort-déplacement des simulations de Monte Carlo

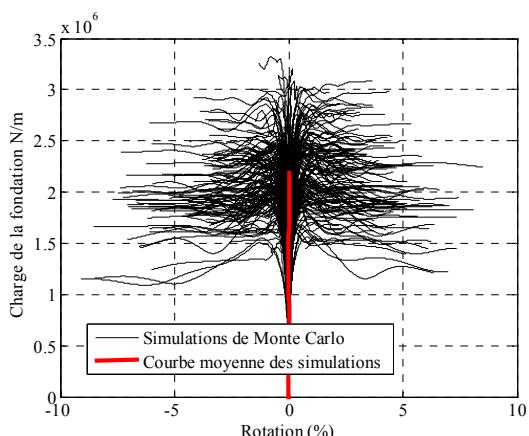


Figure 5. Courbes effort-rotation des simulations de Monte Carlo

La figure (5) présente les courbes effort-rotation de toutes les simulations de Monte Carlo ainsi que la moyenne de ces courbes. On remarque que la courbe

moyenne de toutes les simulations correspond à une rotation nulle de la fondation : on retrouve le cas d'un sol homogène pour lequel la fondation reste horizontale et ne subit aucune rotation.

La figure (6) présente le maillage déformé correspondant à une simulation donnée (*i.e.* une réalisation des champs de la cohésion et de l'angle de frottement interne). On remarque que l'hétérogénéité correspondant à une réalisation donnée du champ aléatoire crée une asymétrie dans le champ de vitesses et de déformations et aboutit à une rotation de la fondation. Cependant, la moyenne des rotations de l'ensemble des réalisations est nulle comme signalé dans le paragraphe précédent.



Figure 6. Maillage déformé d'une réalisation

La figure (7) montre la variation de la moyenne de la charge ultime de la fondation écrite sous forme adimensionnelle  $\mu_{p_u} / \gamma B^2$  en fonction de la distance d'autocorrélation pour différentes valeurs des coefficients de variation de la cohésion et de l'angle de frottement interne. La distance d'autocorrélation est supposée la même dans les directions horizontale et verticale.

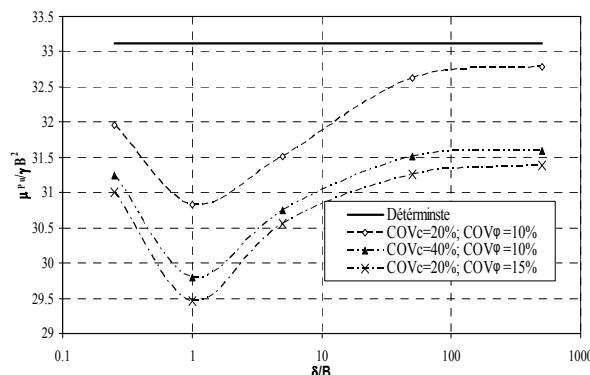


Figure 7. Moyenne de la portance

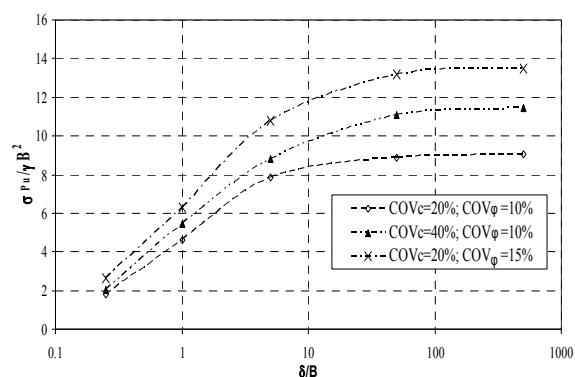


Figure 8. Ecart-type de la portance

On remarque que la moyenne de la charge ultime diminue puis augmente avec l'augmentation de la distance d'autocorrélation. Un cas critique existe quand la distance d'autocorrélation devient égale à la largeur de la fondation (*i.e.*  $\delta/B = 1$ ). Ce cas correspond à la plus petite moyenne de la charge ultime. Des résultats similaires ont été observés par Griffiths et Fenton dans plusieurs problèmes en géotechnique (portance des fondations, stabilité des talus). Ceci peut être expliqué comme suit : Le mécanisme de ruine cherche à passer par les zones les plus faibles du sol. Cependant, pour une grande variabilité (*i.e.* des petites distances d'autocorrélation), le mécanisme de ruine rencontre des difficultés pour trouver le chemin le plus faible puisque les zones faibles du sol sont entourées par des zones fortes à cause de la grande variabilité du sol. La ligne de rupture d'un sol très hétérogène cherche à passer par les zones les plus faibles (*i.e.* à faibles paramètres de cisaillement). Ceci rend cette ligne de glissement trop tortueuse et par conséquent, elle sera trop longue

aboutissant ainsi à une forte portance. Quand la distance d'autocorrélation est égale à la largeur de la fondation, la variabilité du sol est telle que le mécanisme de rupture peut se développer en passant par les zones les plus faibles sans être très étendu en volume. Par conséquent, la valeur de la moyenne de la portance sera plus faible que la valeur obtenue pour un sol très hétérogène.

La valeur de la moyenne de la portance augmente avec la diminution des coefficients de variation des paramètres de cisaillement du sol. Elle tend vers la valeur déterministe pour des petits coefficients de variation et de grandes distances d'autocorrélation (*i.e.* cas d'un sol homogène dont les paramètres de cisaillement sont égaux à leurs valeurs moyennes).

Concernant l'écart-type de la charge ultime (Figure 8), il augmente avec l'augmentation des distances d'autocorrélation et des coefficients de variation des paramètres de cisaillement du sol.

A partir des figures (7) et (8), en comparant l'effet d'une augmentation de 5% du coefficient de variation de l'angle de frottement interne à celui de l'augmentation de 20% du coefficient de variation de la cohésion, on remarque que la moyenne de la charge ultime et son écart-type sont plus sensibles aux variations de l'angle de frottement interne qu'à celles de la cohésion.

La figure (9) présente la variation de la moyenne de la portance écrite sous forme adimensionnelle  $\mu_{P_u} / \gamma B^2$  avec les distances d'autocorrélation verticale et horizontale. Pour chaque courbe, une distance d'autocorrélation est fixée à 2 m (*i.e.*  $\delta_y = 2 \text{ m}$ ) et l'autre varie sous forme adimensionnelle  $\delta_x / B$ . On remarque que la moyenne de la portance est plus sensible à la variation de la distance d'autocorrélation horizontale. Par conséquent, la bonne détermination de la distance d'autocorrélation horizontale est très importante pour obtenir des résultats fiables.

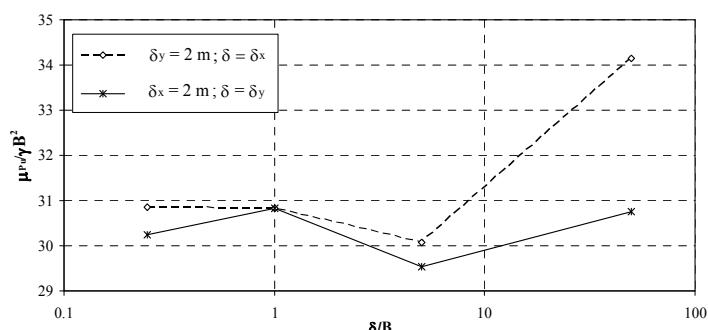


Figure 9: Variation de la moyenne de la portance en fonction des distances d'autocorrélation

A partir des simulations de Monte Carlo, on peut ajuster les valeurs obtenues des charges ultimes de toutes les simulations selon une loi de distribution de probabilité connue. Les lois les plus communément utilisées en géotechnique sont les lois Normale, Lognormale et Gamma (Figure 10). Il est à noter que, dans le cas de cet article où le nombre de simulations de Monte Carlo est faible, les queues des distributions de probabilité ajustées ne sont pas rigoureuses. Un nombre supérieur des simulations de Monte Carlo est nécessaire pour minimiser l'erreur au niveau de ces queues de distribution.

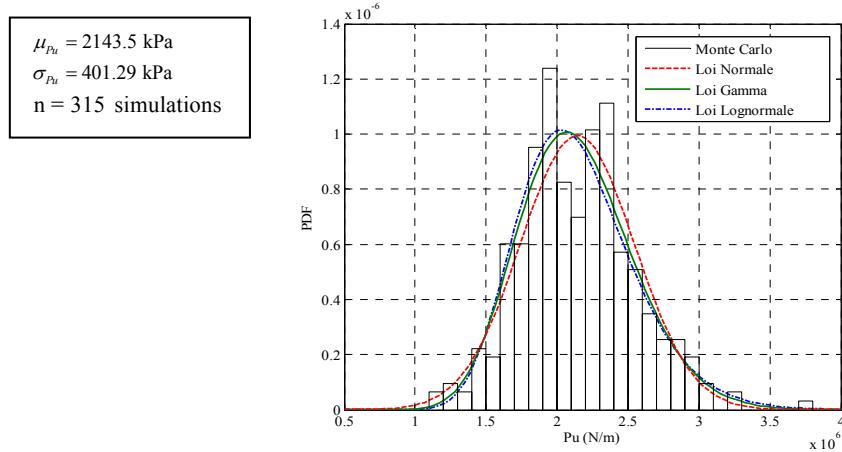


Figure 10: Approximations de la densité de probabilité de la portance des simulations de Monte Carlo

### **Etat limite de service (ELS)**

Dans cette partie, on se propose d'étudier l'effet de la variabilité spatiale des propriétés élastiques du sol ( $E$  et  $\nu$ ) sur le calcul du déplacement vertical du centre de la fondation et sa rotation et ce dans le cas d'une charge verticale donnée. Le module d'Young et le coefficient de Poisson sont modélisés par des champs aléatoires indépendants qui suivent des lois Lognormales. Les distances d'autocorrélation utilisées sont :  $\delta_v = \delta_h = 2 \text{ m}$  (i.e.  $\delta/B = 1$ ). Une charge de 750 kN/m est appliquée à la fondation. On a remarqué que la loi Lognormale ajuste au mieux la densité de probabilité du déplacement vertical au centre de la fondation au voisinage de la moyenne (Figure 11). Concernant la rotation de la fondation, on remarque qu'une loi Normale de moyenne nulle ajuste au mieux la densité de probabilité obtenue par les simulations de Monte Carlo au voisinage de la moyenne (Figure 12).

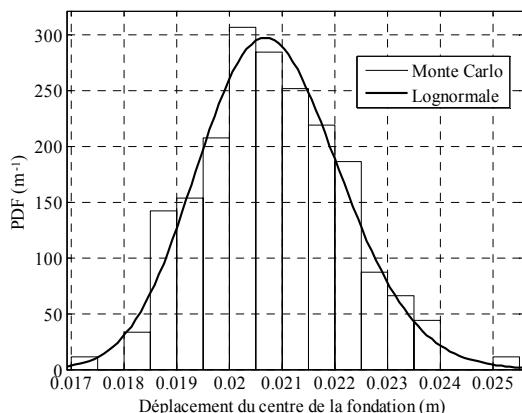


Figure 11: Densité de probabilité du déplacement

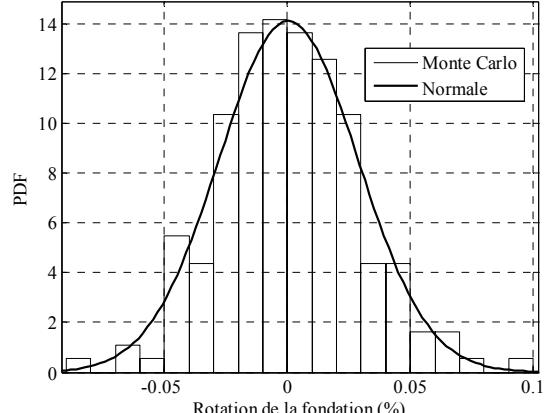


Figure 12: Densité de probabilité de la rotation de la fondation

Comme pour l'ELU, les queues des distributions de probabilité ajustées ne sont pas rigoureuses. Un nombre supérieur des simulations de Monte Carlo est nécessaire pour minimiser l'erreur au niveau de ces queues de distribution.

## 6. Conclusion

Ce article présente une analyse probabiliste à l'ELU et à l'ELS d'une fondation filante soumise à un chargement vertical centré et posée sur un sol présentant une variabilité spatiale. Les propriétés du sol sont modélisées par des champs aléatoires. La méthode de discréétisation de champ utilisée est la méthode spectrale qui utilise les transformations de Fourier. Pour l'analyse de l'état limite ultime, des échantillons de sol ont été générés et la charge ultime correspondante à chaque réalisation de sol a été calculée. La moyenne et l'écart-type de la réponse de toutes les simulations ont été déterminés. Il a été montré que la valeur de la moyenne de la charge ultime de toutes les simulations est inférieure à la valeur déterministe calculée pour un sol homogène dont les caractéristiques de cisaillement sont constantes et égales aux valeurs moyennes. La moyenne de la charge ultime diminue puis augmente avec l'augmentation des distances d'autocorrélation pour un sol isotrope. Un minimum existe pour une distance d'autocorrélation égale à la largeur de la fondation. L'hétérogénéité du sol crée une asymétrie dans le champ de vitesses et de déformations. La charge ultime est plus sensible aux variations de l'angle de frottement interne qu'à celles de la cohésion. Pour l'ELS, les lois de probabilité du déplacement vertical du centre de la fondation et de la rotation de la fondation ont été ajustées respectivement par une loi Lognormale et une loi Normale. Il est à noter que les queues des distributions de probabilité ajustées ne sont pas rigoureuses. Un nombre supérieur des simulations de Monte Carlo est nécessaire pour minimiser l'erreur au niveau de ces queues de distribution.

## 7. Références bibliographiques

- Assimaki, D., Pecker, A., Popescu, R., Prevost, J. (2002). Effects of spatial variability of soil properties on surface ground motion. *Journal of Earthquake engineering*, 7(1), 1-44.
- Griffiths, D.V., Fenton, G.A. (1993). Seepage beneath water retaining structures founded on spatially random soil. *Géotechnique*, 43(4), 577-587.
- Griffiths, D.V., Fenton, G.A. (2000). Influence of soil strength spatial variability on the stability of an undrained clay slope by finite elements. *Geotechnical Special Publications*, 101, Slope Stability 2000, The GeoInstitute of the American Society of Civil Engineers.
- Fenton, G.A., Griffiths, D.V. (2002). Probabilistic foundation settlement on spatially random soil. *J. of Geotech. & Geoenv. Engrg*, ASCE, 128(5), 381-390.
- Fenton, G.A., Griffiths, D.V. (2005). Three-Dimensional probabilistic foundation settlement. *J. of Geotech. & Geoenv. Engrg*, ASCE, 131(2), 232-239.
- Fenton, G. A., Griffiths D. V. (2003). Bearing capacity prediction of spatially random c- $\phi$  soils. *Can. Geotech. J.*, 40, 54-65.
- Griffiths D.V., Fenton, G.A. (2001). Bearing capacity of spatially random soil: the undrained clay Prandtl problem revisited. *Géotechnique*, 51(4), 351-359.
- Griffiths, D. V., Fenton, G. A., Manoharan, N. (2002). Bearing capacity of rough rigid strip footing on cohesive soil: Probabilistic study. *J. of Geotech. & Geoenv. Engrg.*, ASCE, 128(9), 743-755.
- Popescu, R., Deodatis, G., Prevost, J.H. (1998). Simulation of homogeneous non-Gaussian stochastic vector fields *Prob. Engrg. Mech.*, 13(1), 1-13.
- Popescu, R., Deodatis, G., Nobahar, A. (2005). Effect of random heterogeneity of soil properties on bearing capacity. *Prob. Engrg. Mech.*, 20, 324-341.
- Shinozuka, M., Deodatis, G. (1991). Simulation of stochastic processes by spectral representation. *Applied Mechanics Reviews*, ASME, 44(4), 191-204.
- Vanmarcke, E. (1983). Random fields: analysis and synthesis. MIT press Cambridge, 382 p.
- Youssef Abdel Massih, D. (2007). Analyse du comportement des fondations superficielles filantes par des approches fiabilistes. *Thèse de Doctorat*, Université de Nantes, 267 p.