

ANALYSE 3D DE LA STABILITE DU FRONT DE TAILLE D'UN TUNNEL CIRCULAIRE PAR UNE APPROCHE FIABILISTE

THREE-DIMENSIONAL FACE STABILITY ANALYSIS OF A CIRCULAR TUNNEL BY A RELIABILITY APPROACH

Guilhem MOLLON¹, Daniel DIAS², Abdul-Hamid SOUBRA³

1 Doctorant, INSA de Lyon, France

2 Maître de Conférences HDR, INSA de Lyon, France

3 Professeur, Université de Nantes, France

RESUME - L'objectif de cet article est d'étudier la stabilité du front de taille d'un tunnel circulaire pressurisé par une analyse fiabiliste. Seul l'état limite ultime vis-à-vis de l'effondrement du front est étudié. Le modèle déterministe est basé sur un mécanisme de rupture tridimensionnel en analyse limite. Les variables aléatoires considérées sont les paramètres de cisaillement du sol. Les résultats fiabilistes obtenus sont présentés et commentés.

ABSTRACT - The aim of this paper is to study the face stability of a pressurised circular tunnel using a reliability analysis. Only the collapse mode of the ultimate limit state is considered. A limit analysis kinematically admissible collapse mechanism is used. The random variables considered in the analysis are the soil shear strength parameters. The reliability results are presented and discussed.

1. Introduction

La stabilité du front de taille est un élément essentiel lors d'un creusement au bouclier pressurisé. Une pression trop forte peut provoquer un refoulement du sol, tandis qu'une pression trop faible induit l'éboulement du front. On ne s'intéresse dans cette étude qu'à ce dernier type de rupture. L'analyse de la stabilité du front de taille est effectuée ici par une approche fiabiliste permettant la prise en compte des incertitudes inhérentes aux différents paramètres d'entrée. Seul l'état limite ultime vis-à-vis de l'effondrement du front est étudié dans cet article. Le modèle déterministe est basé sur un mécanisme de rupture tridimensionnel dans le cadre de la méthode cinématique de l'analyse limite. Les paramètres incertains considérés dans l'analyse sont les caractéristiques mécaniques du sol. Ils sont modélisés par des variables aléatoires. Après une brève description des concepts de base de la théorie de la fiabilité, la modélisation probabiliste et les résultats numériques correspondants sont présentés et commentés.

2. Concepts de l'analyse fiabiliste

L'analyse fiabiliste consiste à considérer les paramètres incertains d'un problème non plus comme des valeurs déterministes fixées, mais comme des variables aléatoires munies d'une loi de probabilité. Ces variables peuvent suivre des lois normales ou non, et être éventuellement corrélées entre elles. Toute l'analyse fiabiliste considérée dans cet article repose sur le calcul d'une grandeur appelée indice de fiabilité,

qui donne une indication de la sécurité de l'ouvrage en relation avec les aléas sur l'ensemble des paramètres considérés comme incertains (charges, caractéristiques mécaniques...). Plusieurs indices existent, mais on utilise dans cet article celui de Hasofer-Lind (1974), qui présente l'avantage d'être indépendant de la forme de la fonction de performance. Une formulation matricielle de cet indice est donnée par Ditlevsen (1981) :

$$\beta_{HL} = \min_{G \leq 0} \sqrt{(x - \mu)^T C^{-1} (x - \mu)} \quad (1)$$

Dans cette expression, x représente le vecteur des variables aléatoires considérées, μ représente le vecteur des moyennes de ces variables aléatoires, et C est leur matrice de covariance.

L'analyse fiabiliste nécessite dans un premier temps de déterminer une fonction de performance G , telle que :

- Si $G > 0$ l'ouvrage est en sécurité ;
- Si $G < 0$ l'ouvrage a atteint la ruine ;
- Si $G = 0$ l'ouvrage est à la limite de la ruine.

Dans le cas où on ne considère que deux variables aléatoires (par exemple c et ϕ), on peut représenter la surface d'état limite $G=0$ dans le plan d'axes c et ϕ (cf. figure 3) par l'ensemble des couples (c, ϕ) pour lesquels l'ouvrage est en état limite de rupture ou de défaillance. La minimisation proposée dans l'équation (1) est effectuée dans cet article dans l'espace physique des variables aléatoires (Low et Tang 1997) et permet d'obtenir l'indice β_{HL} , ainsi que le vecteur x des variables aléatoires correspondant à la plus forte probabilité de ruine compte tenu des moyennes et écarts-type utilisés. Ce vecteur x sera par la suite appelé « point de conception ». Si les variables aléatoires suivent des lois non-normales, il est nécessaire d'appliquer la transformation équivalente normale de Rackwitz-Fiessler, donnant la moyenne μ_n et l'écart type σ_n équivalents normaux pour tout point de la surface d'état limite lors de la procédure de minimisation de l'indice de fiabilité.

Low et Tang (1997) ont montré que la recherche de l'indice de fiabilité β_{HL} revient à chercher le rapport entre la plus petite ellipse de dispersion tangente à la surface d'état limite (appelée ellipse de dispersion critique) et l'ellipse de dispersion unitaire (i.e. correspondant à $\beta_{HL}=1$ dans l'équation 1). Quelques exemples d'ellipses de dispersion obtenus dans cet article sont représentés dans la figure 3. On rappelle qu'une ellipse est l'ensemble des points (ici, des couples c, ϕ) correspondants à une probabilité de ruine donnée (c'est-à-dire à une valeur de β_{HL} fixe). Il existe de nombreuses méthodes dans la littérature permettant de déterminer la probabilité de ruine d'un ouvrage. La méthode FORM (First Order Reliability Method) propose de considérer la courbe d'état limite comme linéaire au voisinage du point de conception, et exprime la probabilité de ruine en fonction de l'indice de fiabilité de la façon suivante, Φ étant la fonction de distribution cumulée d'une loi normale standard :

$$P_f \approx \Phi(-\beta_{HL}) \quad (2)$$

3. Analyse fiabiliste de la stabilité d'un front de taille pressurisé

3.1. Modèle déterministe utilisé

On s'intéresse dans cette étude au creusement d'un tunnel sous pression (cf. figure 1), avec les caractéristiques suivantes : diamètre D , couverture C , poids volumique des terres γ , éventuelle surcharge appliquée en surface σ_s , pression appliquée au front σ_t et enfin un sol déterminé par un critère de Coulomb (c, φ).

La stabilité du front de taille d'un tunnel pressurisé creusé dans un sol frottant et cohérent a été traitée dans la littérature par des approches théoriques et expérimentales. Le premier mécanisme de rupture proposé dans le cadre de l'approche cinématique en analyse limite est celui de Leca et Dormieux (1990). Il est constitué de deux cônes successifs à base circulaire avec un angle au sommet de 2φ . Ce mécanisme de rupture est déterminé géométriquement par un seul paramètre angulaire (figure 1). Nous proposons dans cette étude une extension de ce mécanisme à un ensemble de n blocs coniques à base circulaire. Ce nouveau mécanisme est cinématiquement admissible et il est régi par n paramètres angulaires. La pression limite s'obtient par l'écriture du bilan énergétique du mécanisme considéré. Les efforts extérieurs sont le poids des différents blocs, la surcharge éventuelle en surface dans le cas où le dernier bloc débouche et la pression appliquée au front. La puissance dissipée a lieu le long des surfaces latérales et des surfaces inter-blocs qui sont des surfaces de discontinuité de vitesse. La maximisation de la pression appliquée au front par rapport aux paramètres géométriques du mécanisme de rupture donne une borne inférieure (i.e. non sécuritaire) de la valeur exacte de cette pression dans le cadre des hypothèses de l'analyse limite. Il a été montré (Oberlé 1996) que l'amélioration de la solution est inférieure à 1% au-delà de 5 blocs. On considérera donc par la suite ce mécanisme muni de 5 blocs, et défini géométriquement par 5 paramètres angulaires ($\alpha_1, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$) (figure 2). La solution du mécanisme présent est toujours supérieure à celle du mécanisme de Leca-Dormieux, montrant que la prise en compte de plus de deux blocs améliore le résultat de ces auteurs (Oberlé 1996). La pression au front obtenue par l'analyse limite sera appelée pression ultime dans la suite de cet article, et notée σ_c . La littérature mentionne de nombreux résultats d'essais sur modèles réduits en centrifugeuse (Chambon et Corté 1994), qui montrent que notre solution est une assez bonne approximation des valeurs expérimentales de pression (Oberlé 1996).

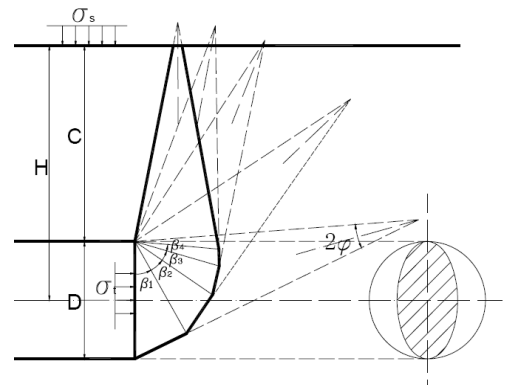
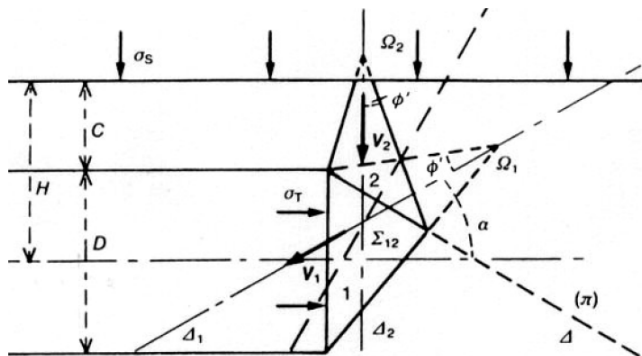


figure 1. Mécanisme de Leca et Dormieux ; figure 2. Mécanisme multibloc proposé

3.2. Présentation du cas d'étude

Dans la suite de cet article, on traite le cas d'un tunnel de 10 mètres de diamètre, l'axe étant situé à 15 mètres de profondeur (i.e. $C/D=1$). La masse volumique du sol ($\gamma=18\text{KN/m}^3$) est considérée comme déterministe, et on définit les caractéristiques de plasticité du sol par deux variables aléatoires, dont les moyennes (μ) et écarts-type (σ) sont :

- $\mu_\phi=17^\circ$, $\sigma_\phi=1.7^\circ$ (i.e. $\text{COV}(\phi)=\mu/\sigma=10\%$)
- $\mu_c=7\text{ KPa}$, $\sigma_c=1.4\text{ kPa}$ (i.e. $\text{COV}(c)=20\%$)
- Coefficient de corrélation : $\rho_{c\phi}=0$ ou $\rho_{c\phi}=-0.5$

Les coefficients de variation utilisés (10% pour ϕ et 20% pour c) sont des valeurs couramment rencontrées dans la littérature (comme par exemple dans Phoon et Kulhawy 1999). Par ailleurs, l'expérience a montré qu'une corrélation négative existe entre c et ϕ , les calculs seront menés pour les valeurs 0 et -0.5 pour cette corrélation. Les valeurs moyennes sont choisies arbitrairement pour correspondre au cas d'une argile moyenne à raide. Deux cas distincts sont considérés. Dans un premier cas, c et ϕ sont supposés suivre une loi normale ; dans un deuxième cas, c est supposé suivre une loi lognormale et ϕ est supposé suivre une loi bêta (Fenton et Griffiths 2003). Les paramètres de la loi bêta sont déterminés à partir de l'espérance et de l'écart-type de ϕ , après définition arbitraire des bornes de la distribution (Haldar et Mahadevan 2000). Dans notre cas, ϕ est supposé borné entre 0 et 0.7 radians.

On définit une fonction de performance à partir de la pression ultime décrite au paragraphe précédent :

$$G = \sigma_t / \sigma_c - 1 \quad (3)$$

3.3. Implémentation sous Excel

La détermination de l'indice de fiabilité a été effectuée par minimisation non seulement par rapport aux valeurs du vecteur x (valeurs c et ϕ), mais aussi par rapport aux paramètres angulaires du mécanisme de rupture, tout en respectant la condition $G < 0$. Cette méthode permet d'obtenir le mécanisme de rupture le plus défavorable (et donc le plus probable). Ce calcul de minimisation est effectué à l'aide du solveur d'Excel. Pour visualiser les résultats de cette minimisation, on utilise l'approche de l'ellipsoïde de Low et Tang (1997), en considérant l'espace des variables physiques (c et ϕ). On y représente (i) la courbe formée par l'ensemble des couples (c, ϕ) tels que $G=0$ obtenus par minimisation de σ_t (appelée courbe d'état limite), (ii) le point des valeurs moyennes (μ_c, μ_ϕ) qui représente le centre des ellipses, et (iii) les ellipses de dispersion unitaire et critique pour deux valeurs de la corrélation ($\rho_{c\phi}=0$ ou $\rho_{c\phi}=-0.5$). Le point de conception est situé au point de tangence, et l'indice de fiabilité est le rapport d'homothétie entre l'ellipse de dispersion critique et l'ellipse unitaire (figure 3).

Sur la figure 4 sont représentés les mécanismes de rupture obtenus par le calcul déterministe, puis pour un calcul fiabiliste avec une pression appliquée de 70 kPa, en prenant en compte ou non une corrélation négative entre c et ϕ . Il apparaît que l'extension du mécanisme est plus importante lorsque $\sigma_t > \sigma_c$. Ceci est dû au fait que ϕ est plus faible au point de conception que sa valeur déterministe, et qu'une corrélation négative augmente encore quelque peu cette extension.

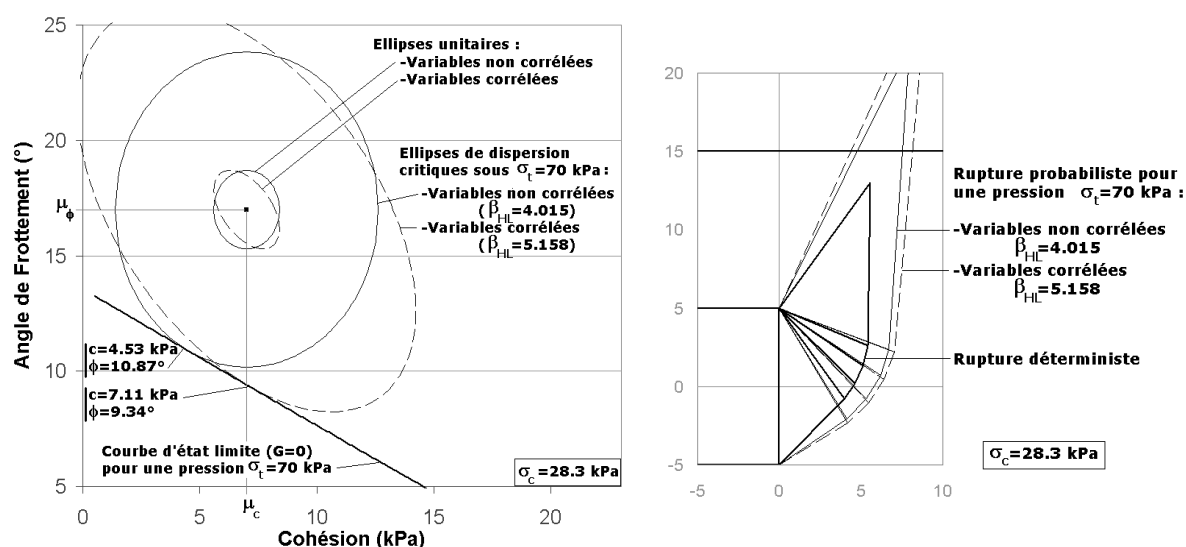


figure 3. Représentation de Low et Tang ; figure 4. Mécanismes de rupture obtenus

4. Résultats de l'étude fiabiliste

4.1. Indice de fiabilité et facteurs de sécurité partiels

L'indice de fiabilité est calculé pour de nombreuses valeurs de σ_t , dans le cas des variables normales et non-normales, corrélées et non-corrélées. Les résultats apparaissent sur la figure 5, ainsi que la limite $\beta_{HL}=3.8$ préconisée par l'Eurocode. Les courbes montrent clairement que le fait de prendre en compte une loi non-normale augmente sensiblement la fiabilité pour une même pression appliquée au front. Il en va de même de la prise en compte d'une corrélation négative. On en déduit que les hypothèses les plus simples (variables normales non-corrélées) conduisent à sous-estimer la fiabilité de l'ouvrage vis-à-vis de l'effondrement du front de taille.

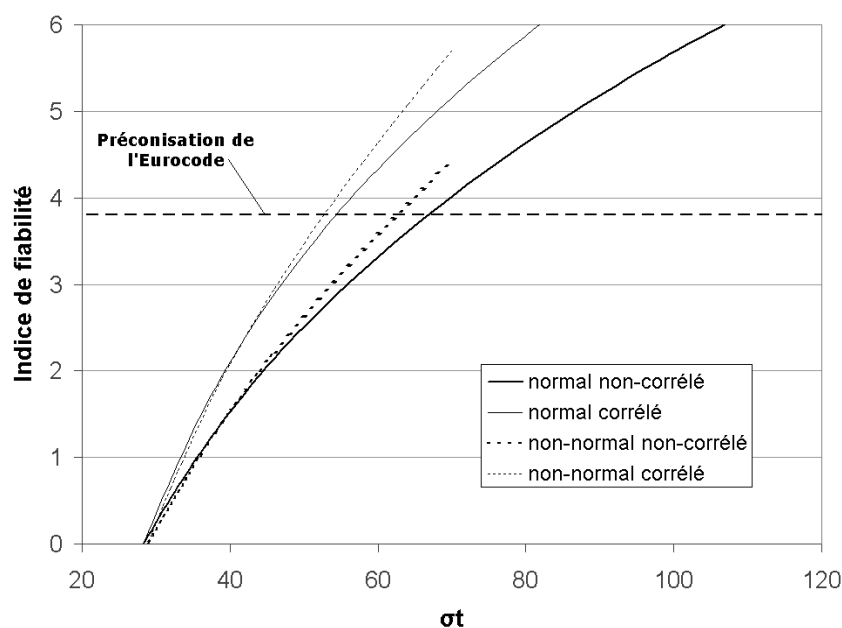


figure 5. Indice de fiabilité en fonction de la pression appliquée au front

L'observation de la figure 3 représentant l'espace physique permet de comprendre pourquoi une corrélation négative augmente la fiabilité. Graphiquement, cette corrélation se traduit par une rotation des axes de l'ellipse unitaire, la direction du grand axe devenant semblable à celle de la courbe d'état limite. On conçoit donc que le rapport entre l'ellipse de dispersion critique et l'ellipse unitaire sera plus important dans ce cas. A partir des points de conception obtenus par minimisation de l'équation (1), on peut aisément calculer un facteur de sécurité partiel sur c et sur $\tan\phi$ (F_c et F_ϕ) par rapport à leurs valeurs moyennes :

$$F_c = \mu_c / c^* \quad \text{et} \quad F_\phi = \tan \mu_\phi / \tan \phi^* \quad (4)$$

Ces facteurs apparaissent sur les figures 6 et 7, dans les quatre cas cités plus haut. On a également représenté par des points gris les valeurs correspondant à un indice de fiabilité de 3.8 (voir également le tableau I). Ces variables montrent une sensibilité différente à la loi de distribution et à la corrélation. Le facteur F_ϕ reste en effet stable entre 1.43 et 1.54, tandis que F_c est plus dépendant du caractère corrélié ou non, et varie de 1.05 à 1.51.

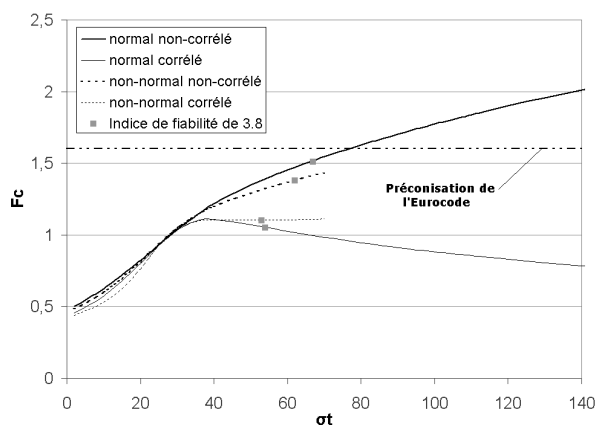
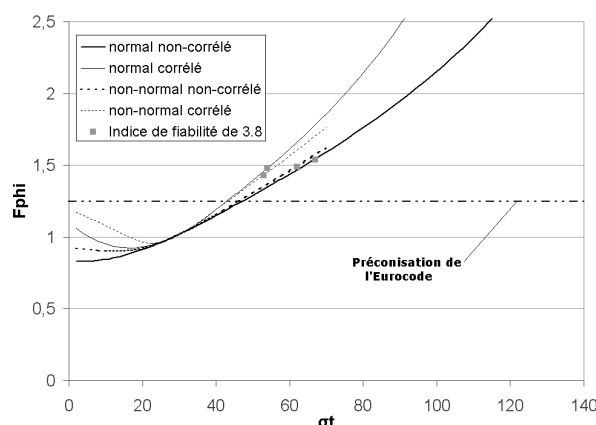
figure 6. F_c en fonction de σ_t figure 7. F_ϕ en fonction de σ_t

Tableau I : Résultats fiabilistes par rapport aux recommandations de l'Eurocode.

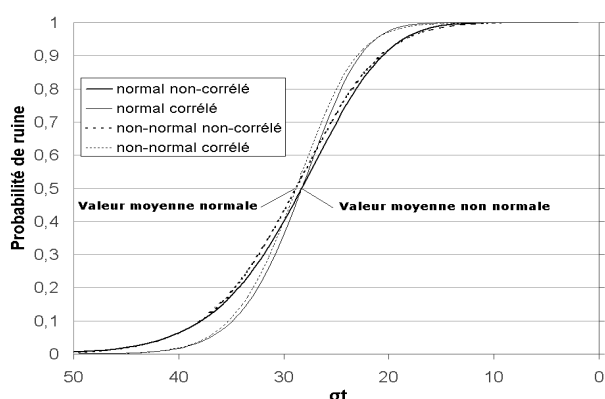
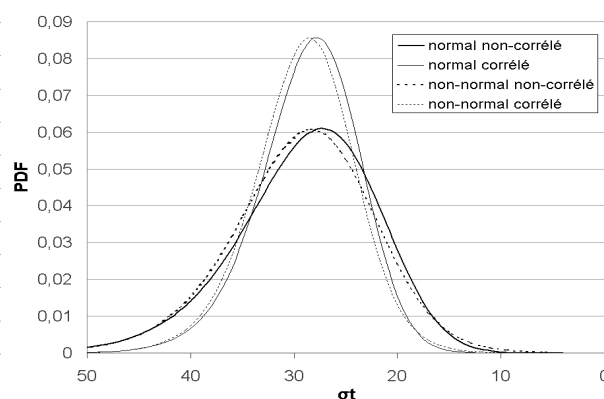
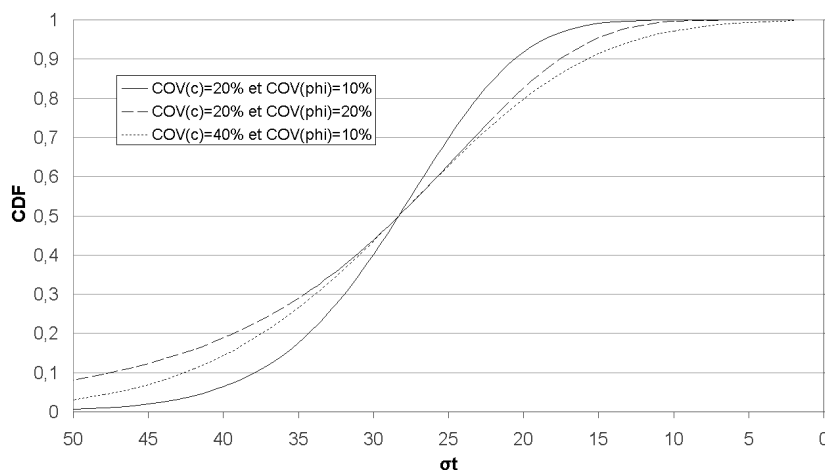
Cas	Normal	Oui	Oui	Non	Non	Eurocode
	Corrélié	Non	Oui	Non	Oui	
β_{HL}		3.8	3.8	3.8	3.8	3.8
σ_t		67	54	62	53	
F_c		1.51	1.05	1.38	1.10	1.6
F_ϕ		1.54	1.48	1.49	1.43	1.25

Dans le tableau I figurent les valeurs de σ_t à appliquer pour respecter l'indice de fiabilité de 3.8. La comparaison entre les valeurs de F_c et F_ϕ imposées par l'Eurocode et celles obtenues pour un indice de fiabilité de 3.8 montre une inversion entre les ordres de grandeur des facteurs partiels pour c et ϕ . L'observation des courbes confirme que, dans le cas de la stabilité du front de taille d'un tunnel, le facteur de sécurité partiel sur ϕ prend des valeurs plus importantes que celui sur c . Ceci va à l'encontre des valeurs préconisées par l'Eurocode.

4.2. Etude de la probabilité de ruine

On applique la méthode FORM aux indices de fiabilité calculés au paragraphe précédent, dans les quatre cas (loi normales ou non, variables corrélées ou non). La figure 8 représente les probabilités de ruines (CDF) obtenues par cette méthode pour les quatre cas, en fonction de la pression σ_t . On observe que quand les variables aléatoires ne sont pas corrélées la réponse du système est plus dispersée.

Par intégration numérique, on peut tracer les courbes de densité de probabilité (PDF) de σ_t (figure 9). Sur ces courbes, on peut remarquer que la loi de probabilité utilisée modifie assez peu le PDF, mais qu'il n'en va pas de même pour la corrélation. Il apparaît en effet qu'une corrélation négative a tendance à resserrer la distribution, augmentant la densité de probabilité de ruine pour des pressions proches de la pression de rupture.

figure 8. CDF de σ_t figure 9. PDF de σ_t figure 10. Influence des COV de c et ϕ sur la probabilité de ruine

Pour étudier l'influence des coefficients de variation de c et ϕ , on trace la fonction de répartition (CDF) de σ_t pour trois cas distincts. La figure 10 montre que le coefficient de variation de l'angle de frottement a plus d'influence sur la stabilité du front de taille que celui de la cohésion, ce qui est en bonne concordance avec les résultats obtenus par Youssef Abdel Massih (2007) au sujet des fondations superficielles. Il apparaît donc que, dans l'étude de la stabilité des tunnels, il est plus important de quantifier les incertitudes sur l'angle de frottement que sur la cohésion.

5. Conclusion

Les outils de l'analyse fiabiliste ont été utilisés pour étudier la stabilité du front de taille d'un tunnel pressurisé, en considérant comme modèle déterministe un nouveau mécanisme de ruine tridimensionnel cinématiquement admissible. Les caractéristiques de plasticité du sol ont été considérées comme des variables aléatoires normales ou non, corrélées négativement ou non. On a ainsi pu déterminer un indice de fiabilité pour différentes valeurs de la pression de soutien.

L'approximation FORM est utilisée pour déterminer la probabilité de ruine en fonction de la pression de soutien, et montre que le fait de prendre en compte une corrélation négative entre les deux grandeurs resserre la courbe PDF autour de la valeur de la pression limite d'effondrement du front. Une étude de l'influence séparée de chaque coefficient de variation montre qu'il est important de quantifier les incertitudes sur ϕ , tandis que l'influence de la variabilité de c est plus réduite.

Une comparaison des résultats obtenus par l'analyse fiabiliste avec les prescriptions de l'Eurocode montre une bonne concordance au niveau des ordres de grandeur des facteurs partiels de sécurité, même si l'étude fiabiliste donne dans le cas présent un facteur plus important pour ϕ que pour c , contrairement au règlement.

Il faut préciser que les choix arbitraires de caractéristiques de sols effectués par les auteurs rendent nécessaires des études complémentaires, afin de généraliser ces conclusions à d'autres types de sols. La prise en compte de la variabilité spatiale des variables aléatoires dans un modèle d'analyse limite est par ailleurs une piste intéressante pour affiner les conclusions de cette étude.

6. Références bibliographiques

- Chambon P., Corté J.F. (1994) "Shallow tunnels in cohesionless soils : stability of tunnel face". *Journal of geotechnical engineering*, Vol 120, n°7, July 1994.
- Ditlevsen, O. (1981). *Uncertainty Modelling: With Applications to Multidimensional Civil Engineering Systems*. McGraw-Hill, New York, 412p.
- Fenton, G. A., et Griffiths D. V. (2003). "Bearing capacity prediction of spatially random $C-\phi$ soils." *Can. Geotech. J.*, 40, 54-65.
- Haldar, A., et Mahadevan, S. (2000). *Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*. John Wiley and Sons, New York, 304p.
- Hasofer, A. M., et Lind, N. C. (1974). "Exact and invariant second-moment code format." *J. of Engrg. Mech.*, ASCE, 100(1), 111-121.
- Low, B. K., et Tang, W. H. (1997). "Efficient reliability evaluation using spreadsheet." *J. of Engrg. Mech.*, ASCE, 123, 749-752.
- Oberlé S. (1996). "Application de la méthode cinématique à l'étude de la stabilité d'un front de taille de tunnel", PFE de l'ENSAIS.
- Phoon K.K. et Kulhawy F.H. (1999). "Evaluation of geotechnical variability", *Canadian Geotechnical Journal*, 36, 612-624.
- Youssef Abdel Massih D. (2007). "Analyse du comportement des fondations superficielles filantes par des approches fiabilistes". Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes.