

CAPACITÉ PORTANTE DES FONDATIONS SUPERFICIELLES DE FORME CIRCULAIRE

BEARING CAPACITY OF SHALLOW CIRCULAR FOOTINGS

Mikaël KALFA¹, Dalia YOUSSEF ABDEL MASSIH², Abdul-Hamid SOUBRA¹

¹ Université de Nantes, GeM, UMR CNRS 6183, Saint-Nazaire, France

² CNRS, Bhanes, Liban

RÉSUMÉ – L'objet de cette communication concerne le calcul de la portance d'une fondation superficielle de forme circulaire soumise à un chargement vertical ou incliné par des simulations numériques utilisant le logiciel de différences finies *FLAC*^{3D}. Les résultats numériques en termes de charges de rupture et de distributions de contraintes normales et tangentielles à l'interface sol-fondation, sont présentés et commentés.

ABSTRACT – The aim of this paper is the computation of the failure loads of a shallow circular footing subjected to a vertical or inclined loading using the finite difference code *FLAC*^{3D}. The numerical results (limit loads and normal and shear contact stresses at the soil-footing interface) are presented and discussed.

1. Introduction

Le problème de la capacité portante d'une fondation filante a été largement étudié dans la littérature par des approches théoriques ou numériques. En revanche, pour les fondations circulaires, les modélisations numériques sont récentes et les ingénieurs géotechniciens utilisent des coefficients empiriques préconisés par les différentes réglementations. Dans cette communication, des simulations numériques des charges de rupture d'une fondation de forme circulaire, soumise à un chargement vertical ou incliné, sont réalisées avec le logiciel de différences finies *FLAC*^{3D}. Les simulations numériques adoptées et les résultats numériques correspondants seront successivement présentés.

2. Simulations numériques

Cette partie s'intéresse à la modélisation des charges de rupture d'une fondation rigide et rugueuse de forme circulaire de diamètre $D = 2\text{ m}$ reposant sur un sol (c, φ) et ce, par des simulations numériques utilisant le logiciel *FLAC*^{3D} (Fast Lagrangian Analysis of Continua). C'est un code en trois dimensions dans lequel un schéma de calcul Lagrangien ainsi qu'une technique de discrétisation mixte sont utilisés. Bien qu'une analyse mécanique statique (*i.e.* non dynamique) soit requise, les équations du mouvement sont employées dans ce code. La solution pour un problème statique est obtenue en forçant le processus dynamique à s'amortir en incluant des termes qui retirent graduellement de l'énergie cinétique au système. Dans ce code, les contraintes et les déformations sont calculées à plusieurs intervalles de temps (appelés dans la suite cycles) jusqu'à ce qu'un état d'équilibre statique ou d'écoulement

plastique libre soit atteint. La convergence vers cet état peut être contrôlée en se fixant une valeur maximale pour les forces non équilibrées de tous les nœuds du modèle. La force non équilibrée d'un nœud représente l'effet de tous les éléments en relation avec ce nœud et des charges appliquées à ce nœud.

2.1. Chargement vertical

Etant donné la symétrie de révolution, nous n'avons modélisé qu'un quart de la fondation et du sol sous-jacent, ce dernier ayant pour dimensions un diamètre de $7D$ et une hauteur de $2,5D$. Les extrémités du domaine de sol (le bas et la face extérieure) sont suffisamment éloignées de la fondation et ne perturbent pas la masse de sol en mouvement (*i.e.* le champ de vitesses) dans toutes les configurations de sol étudiées. Le maillage utilisé n'est pas uniforme et se compose de 2420 zones (Figure 1). La région du sol située sous la fondation a été divisée horizontalement en quatre secteurs angulaires, de $22,5$ degrés chacun, et en 10 anneaux dont la taille se resserre au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre et que l'on s'approche des bords de la fondation où se développent de forts gradients de contraintes. Au-delà de la fondation, la division horizontale en quatre secteurs identiques est conservée alors que l'on utilise 20 anneaux dont la taille augmente graduellement lorsque l'on s'éloigne de la fondation. Verticalement, le sol est divisé en 20 couches dont la hauteur décroît en allant de la frontière basse du domaine jusqu'à la surface du sol. Quant à la fondation, elle est divisée dans le plan horizontal en quatre secteurs angulaires identiques et cinq anneaux de même taille et verticalement en une unique couche. Les nœuds de l'interface sont ceux du sol. Chaque quadrilatère de l'interface est automatiquement divisé par *FLAC*^{3D} en deux éléments triangulaires.

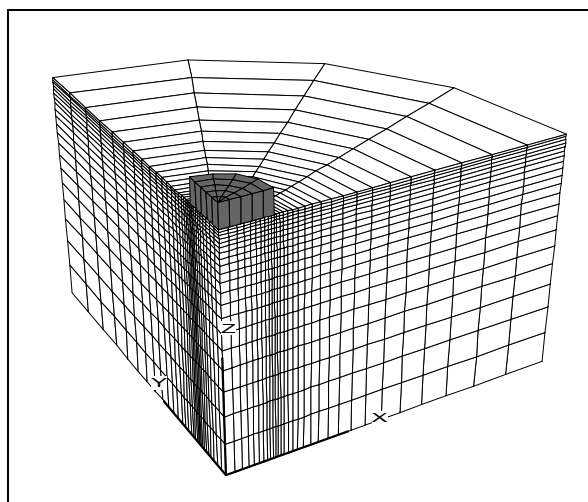


Figure 1. Domaine de sol et maillage utilisé dans *FLAC*^{3D}

Pour les conditions aux limites dans le cas d'un chargement vertical (Figure 1), nous avons bloqué tous les mouvements de la frontière basse du domaine de sol et les mouvements horizontaux selon les directions X et Y pour les points de la face extérieure du « cylindre de sol ». Au niveau des deux plans verticaux de symétrie, les mouvements sont bloqués dans la direction perpendiculaire à ces plans.

Pour modéliser le sol, une loi de comportement élastique parfaitement plastique basée sur le critère de Mohr-Coulomb a été utilisée avec les paramètres suivants pour les propriétés élastiques : $G = 100$ MPa et $K = 200$ MPa (équivalent à $E =$

257 MPa et $\nu = 0,3$). Les valeurs des paramètres de cisaillement du sol sont données dans les paragraphes suivants. La fondation circulaire, de diamètre 2 m et de hauteur 0,5 m, est modélisée par un matériau non pesant qui suit une loi de comportement élastique dont les paramètres sont : un module d'Young $E = 25 \text{ GPa}$ et un coefficient de Poisson $\nu = 0,4$. Ces valeurs, en comparaison avec celles du sol, sont très grandes et assurent un comportement rigide de la fondation. Il est à noter que les propriétés élastiques du sol et de la fondation ont un effet négligeable sur la valeur de la charge de rupture. La fondation est liée au sol via des éléments d'interface qui suivent la loi de Coulomb. On considère pour l'interface, un angle de frottement, un angle de dilatance et une cohésion identiques à ceux du sol afin de simuler une interface sol-fondation parfaitement rugueuse. Des coefficients de raideur normale $K_n = 1 \text{ GPa/m}$ et de cisaillement $K_s = 1 \text{ GPa/m}$ sont donnés à l'interface. Ces paramètres ont très peu d'incidence sur la charge de ruine.

Pour la simulation de la charge limite verticale, une méthode de pilotage en déplacements est utilisée. Dans cette méthode, après avoir appliqué des contraintes géostatiques, une vitesse verticale descendante (*i.e.* un déplacement par pas de calcul ou par cycle) est appliquée aux nœuds de la fondation. L'amortissement graduel de l'énergie cinétique est réalisé en effectuant un certain nombre de cycles jusqu'à atteindre un état stationnaire d'écoulement plastique dans le sol. Cet état est obtenu lorsque les deux conditions suivantes sont satisfaites : (i) l'augmentation du nombre de cycles ne modifie plus la valeur de la charge de la fondation et (ii) les forces non équilibrées deviennent faibles et constantes. Le nombre de cycles nécessaire pour atteindre cet état stationnaire dépend de la valeur de la vitesse appliquée. A chaque cycle, la charge de fondation est obtenue en utilisant une fonction *FISH* (option interne de programmation de *FLAC*^{3D}) qui intègre les contraintes normales de tous les éléments en contact avec la fondation. La valeur de la charge verticale de la fondation à l'état d'écoulement plastique est la charge de rupture. Notons qu'un maillage plus dense a été testé. Il n'améliore (*i.e.* réduit) la solution de la charge ultime que de moins de 1%. Une vitesse de chargement optimale doit être choisie afin d'atteindre une capacité portante proche de la plus petite (*i.e.* la plus critique correspondant à une très faible vitesse) en un temps de calcul raisonnable. Plusieurs essais ont été réalisés. Nous avons remarqué que tant que le sol présentait une cohésion, une vitesse de 10^{-7} m/cycle convenait à notre étude puisqu'elle permettait d'avoir une solution très proche de celle obtenue avec une vitesse plus faible (10 fois plus petite). En revanche, pour les sols purement pulvérulents, une vitesse plus faible de 10^{-8} m/cycle était nécessaire, surtout pour des valeurs de l'angle de frottement interne inférieures à 30 degrés. Au-delà de 30 degrés, une vitesse de 10^{-7} m/cycle aboutissait à des résultats acceptables en comparaison de celle de 10^{-8} m/cycle .

2.2. Chargement incliné

En raison de l'absence de symétrie du chargement incliné, une moitié du domaine entier de sol de diamètre $7D$ et de hauteur $2,5D$ est considérée dans cette partie. La procédure de simulation numérique utilisée pour le calcul d'un point du diagramme (H , V) d'interaction (où H et V sont les charges ultimes horizontale et verticale) peut être résumée de la façon suivante : tout d'abord, une charge verticale centrée (plus petite que la charge de ruine en chargement vertical) est appliquée à la fondation via une répartition uniforme des contraintes σ_{zz} et ce, sur les nœuds situés à la base de la fondation. Un amortissement de l'énergie cinétique du système est ensuite réalisé en effectuant un certain nombre de cycles jusqu'à ce qu'apparaisse un état station-

naire d'équilibre statique dans le sol. Dans un second temps, on effectue un pilotage en déplacements par le biais d'une vitesse horizontale appliquée aux nœuds situés à la base de la fondation. De nouveau, un amortissement de l'énergie cinétique est réalisé jusqu'à cette fois-ci atteindre un état stationnaire d'écoulement plastique dans le sol. A chaque cycle, la charge horizontale de la fondation est obtenue par l'utilisation d'une fonction *FISH* qui intègre les contraintes de cisaillement de l'ensemble des éléments en contact avec la fondation. La valeur de la charge horizontale à l'état stationnaire d'écoulement plastique correspond à la charge ultime horizontale qui amène à la rupture. Il a été montré que d'autres chemins de chargement aboutissaient aux mêmes charges limites.

3. Résultats numériques

Comme la plupart des méthodes employées pour calculer la capacité portante considèrent (souvent implicitement) une loi d'écoulement associée, les calculs ont été réalisés pour des angles de dilatance égaux aux angles de frottement interne afin de pouvoir comparer nos résultats à ceux d'autres auteurs.

3.1. Chargement vertical

La figure (2) présente les coefficients de portance N_γ et N_c obtenus avec *FLAC*^{3D} et ceux donnés par d'autres auteurs.

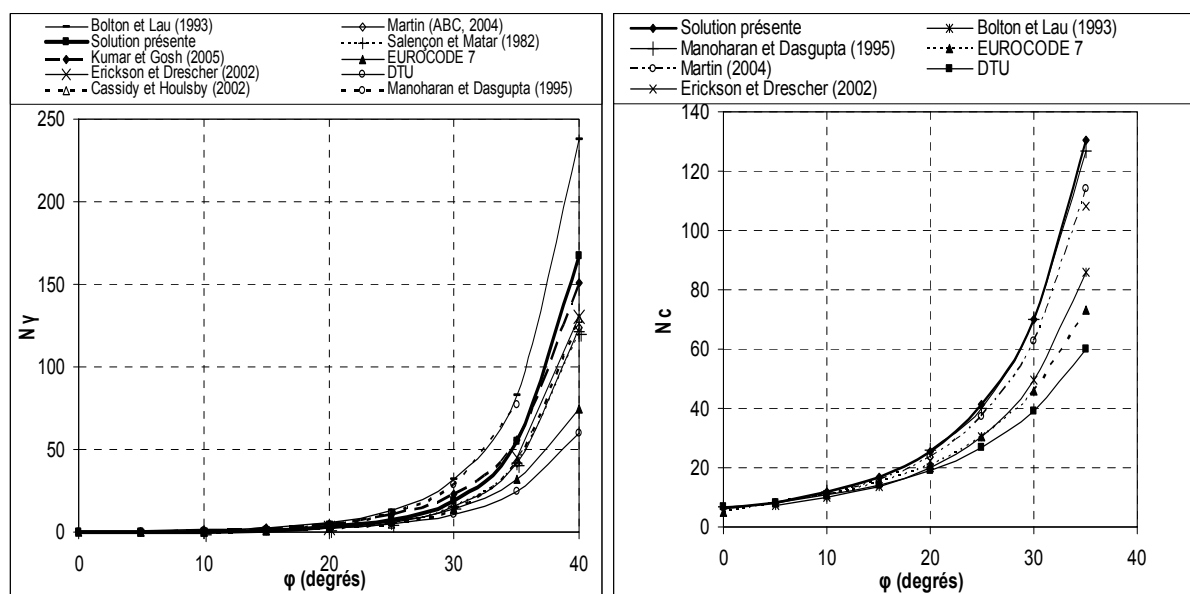


Figure 2. Comparaison des coefficients N_γ et N_c obtenus avec ceux d'autres auteurs

Pour N_γ , les valeurs trouvées concordent assez bien avec celles proposées par Kumar et Ghosh (2005) qui ont utilisé la méthode des caractéristiques des contraintes. Les résultats de Bolton et Lau (1993) sont plus grands que les nôtres de plus de 40% pour des fortes valeurs de l'angle de frottement interne. En revanche, les résultats de Salençon et Matar (1982), Erickson et Drescher (2002), Cassidy et Houlsby (2002) et Martin (2004) sont plus petits que les nôtres d'environ 35 %. L'Eurocode 7 et le DTU se distinguent par le caractère conservateur des valeurs préconisées au vu des résultats de tous les auteurs cités.

Pour le coefficient N_c , les valeurs trouvées sont en assez bonne concordance avec celles proposées par Manoharan et Dasgupta (1995), Erickson et Drescher (2002) et Martin (2004). Bolton et Lau (1993) aboutissent à des valeurs sous-estimées par rapport à celles des auteurs précédemment cités car ils ne prennent pas en compte la rugosité de la fondation. Quant aux valeurs proposées par les règlements, elles sont largement conservatrices en comparaison des différents résultats précités.

3.2. Chargement incliné

Les figures (3) et (4) présentent les diagrammes d'interaction obtenus avec $FLAC^{3D}$ pour les deux configurations de sol suivantes : (i) sol non pesant, frottant et cohérent avec $\phi = \psi = 30$ degrés et $c = 20$ kPa et (ii) sol pesant et purement pulvérulent avec $\phi = \psi = 30$ degrés et $\gamma = 18$ kN/m³.

Pour un sol non pesant, frottant et cohérent, les règlements de calcul sous-estiment largement la portance pour les inclinaisons faibles (Figure 3). En revanche pour les fortes inclinaisons, elle est surestimée par le DTU. Dans le cas d'un sol purement pulvérulent, les règlements de calcul sous-estiment toujours les charges limites (Figure 4).

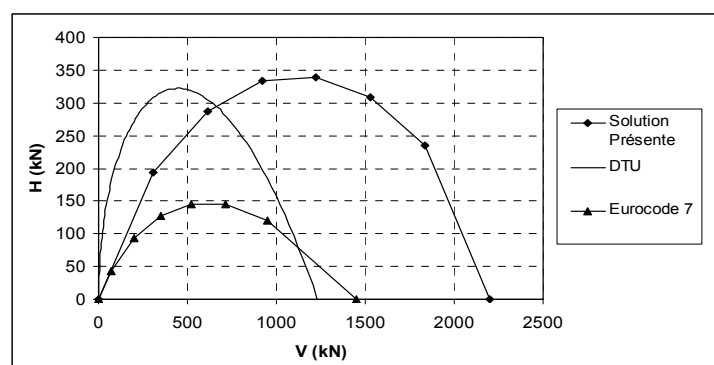


Figure 3. Diagramme d'interaction dans le plan (H, V) d'un sol non pesant, frottant et cohérent ($\phi = 30$ degrés et $c = 20$ kPa)

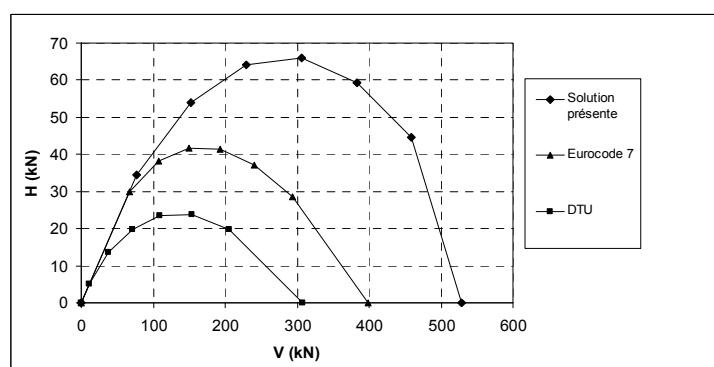


Figure 4. Diagramme d'interaction dans le plan (H, V) d'un sol purement pulvérulent ($\phi = 30$ degrés et $\gamma = 18$ kN/m³)

Contrairement au cas d'un chargement vertical centré, où les distributions de contraintes normales et tangentielles le long de différents diamètres de la fondation sont identiques, on observe une évolution progressive du diagramme de contraintes

d'un diamètre à un autre. Les figures (5 à 8) présentent les distributions de contraintes normales (σ_n) et tangentielles (τ) pour les deux configurations de sol étudiées dans cette communication. Pour chaque type de sol, on peut observer la distribution de ces contraintes pour différentes valeurs de la contrainte verticale σ_{zz} (i.e. pour différentes inclinaisons de chargement) et le long de deux différentes positions du diamètre (dans la direction du chargement "section X-X" et dans la direction orthogonale au chargement "section Y-Y").

Pour le sol non pesant, frottant et cohérent, excepté aux extrémités de la fondation qui sont des points singuliers, une quasi uniformité de la distribution des contraintes normales est observée (Figure 5). Pour la distribution des contraintes tangentielles, on remarque des valeurs positives et négatives de la contrainte sur la section X-X (direction de chargement) pour de grandes valeurs de la contrainte verticale appliquée σ_{zz} (Figure 6). Cependant, pour de faibles valeurs de la contrainte σ_{zz} correspondant à de fortes valeurs de la contrainte horizontale, les contraintes tangentielles deviennent toutes négatives et ce, afin de s'opposer au chargement horizontal appliqué. Pour la section Y-Y, ces contraintes sont toujours négatives et s'opposent au chargement.

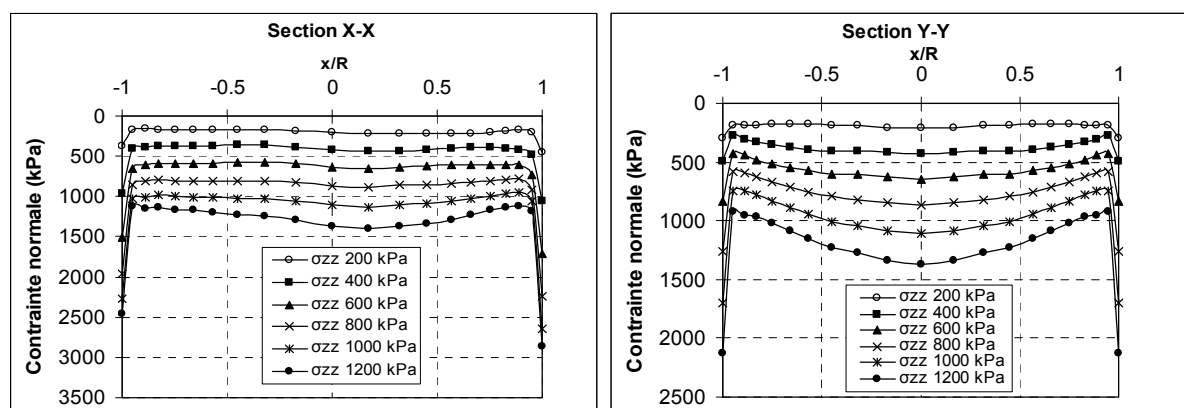


Figure 5. Distribution des contraintes normales (σ_n) suivant X-X et Y-Y – Sol non pesant, frottant et cohérent

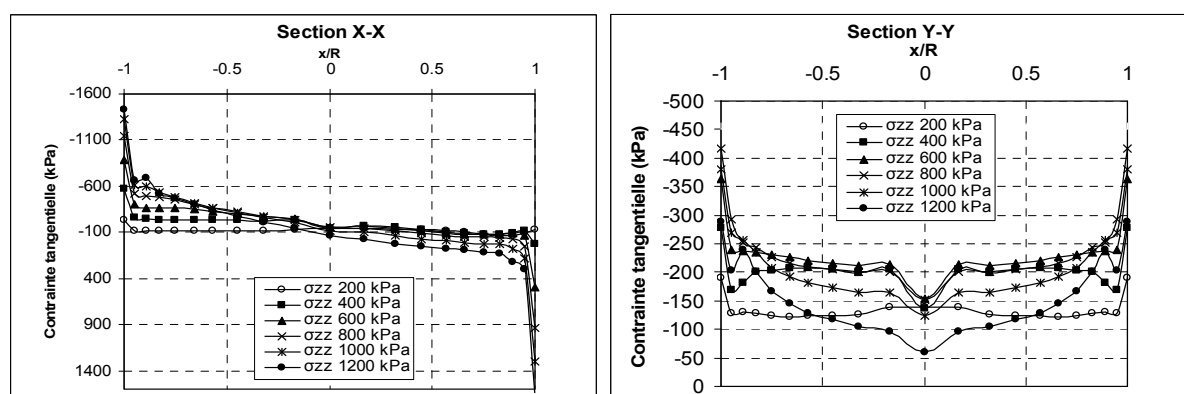


Figure 6. Distribution des contraintes tangentielles (τ) suivant X-X et Y-Y – Sol non pesant, frottant et cohérent

En ce qui concerne le sable, nous avons observé une distribution de contraintes normales quasi-uniforme près du centre de la fondation et qui tend vers zéro à ses extrémités (Figure 7). Quant à la distribution de contraintes tangentielles, des valeurs

positives et négatives sont observées pour des charges verticales élevées (Figure 8) mais pour des petites valeurs, les contraintes tangentielles deviennent principalement négatives pour s'opposer à la charge horizontale. Comme dans le cas des contraintes normales, les contraintes tangentielles tendent vers zéro aux extrémités de la fondation.

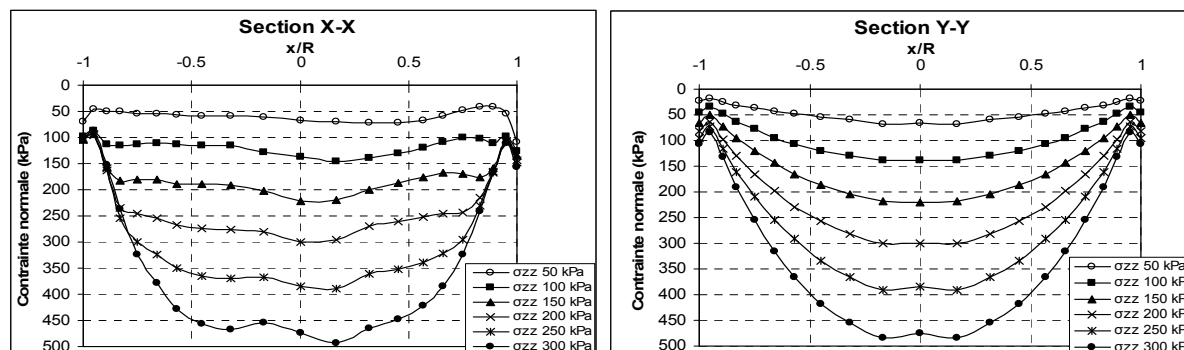


Figure 7. Distribution des contraintes normales (σ_n) suivant X-X et Y-Y – Sol purement pulvérulent

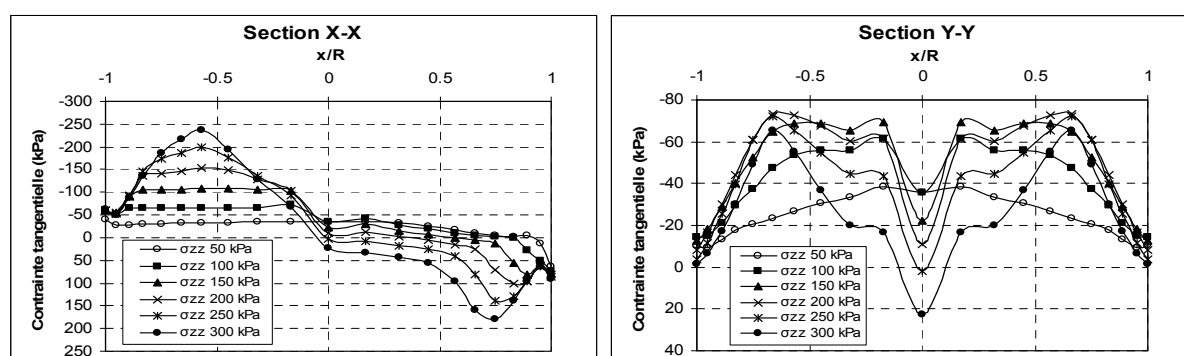


Figure 8. Distribution des contraintes tangentielles (τ) suivant X-X et Y-Y – Sol purement pulvérulent

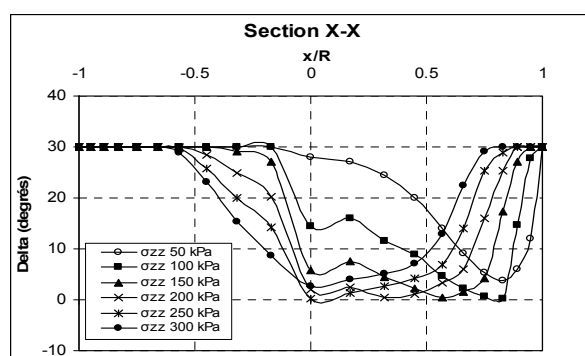


Figure 9. Angle de frottement mobilisé à l'interface sol-fondation sur la section X-X dans le cas d'un sable

La distribution de l'angle de frottement δ mobilisé le long de l'interface sol-fondation, où $\delta = \arctan(|\tau|/\sigma_n)$, est donnée dans la figure (9). Cette figure fait appa-

raître un angle mobilisé égal à l'angle de frottement interne (*i.e.* $\delta = \varphi = 30$ degrés) sur une certaine distance de l'interface, près des bords de la fondation. C'est la distance sur laquelle a lieu le glissement.

4. Conclusions

Des simulations numériques pour déterminer la capacité portante d'une fondation superficielle de forme circulaire soumise à un chargement vertical ou incliné ont été réalisées avec le logiciel *FLAC*^{3D}. Une méthode par pilotage en déplacements a été utilisée. Les résultats obtenus ont abouti aux conclusions suivantes :

Pour un chargement vertical, les valeurs de N_γ concordent assez bien avec celles proposées par Kumar et Ghosh (2005) alors que pour N_c , les valeurs trouvées sont proches de celles de Manoharan et Dasgupta (1995). Quant aux valeurs proposées par les règlements de calcul, elles apparaissent largement conservatrices.

Pour un chargement incliné et pour un sol non pesant, le DTU sous-estime la portance pour les inclinaisons faibles et la surestime pour les fortes inclinaisons ; l'Eurocode quant à lui, sous-estime toujours la portance. Pour un sable et dans le cas d'un chargement incliné, le DTU et l'Eurocode sous-estiment toujours la portance. Contrairement au cas d'un chargement vertical centré où les distributions de contraintes normales et tangentielles le long de différents diamètres sont identiques, on observe une évolution progressive du diagramme de contraintes d'un diamètre à un autre. Le long d'un diamètre donné, la distribution des contraintes normales au niveau de l'interface sol-fondation est quasi-uniforme pour le sol non pesant, frottant et cohérent ; elle tend vers zéro aux extrémités de la fondation dans le cas d'un sable. En ce qui concerne la distribution des contraintes tangentielles, on observe des valeurs positives et négatives pour de grandes valeurs de la composante verticale de la charge alors que, pour de faibles valeurs, les contraintes tangentielles deviennent principalement négatives pour s'opposer au chargement horizontal appliqué.

5. Références bibliographiques

- Bolton, M.D., Lau, C.K. (1993). Vertical bearing capacity factors for circular and strip footings on Mohr-Coulomb soil. *Can. Geotech. J.*, Vol. 30, 1024-1033.
- Cassidy, M.J., Houlsby, G.T. (2002). Vertical bearing capacity factors for conical footings on sand. *Géotechnique*, Vol. 52, N° 9, 687-692.
- DTU 13.12. (1988). Règles pour le calcul des fondations superficielles. Cahiers du CSTB, Paris, AFNOR DTU P 11-711, 28-30.
- Erickson, H.L., Drescher, A. (2002). Bearing capacity of circular footings. *J. of Geotech. and Geoenv. Engrg.*, ASCE, Vol. 128, N° 1, 38-43.
- Eurocode 7. Calcul géotechnique. XP ENV 1997-1.
- Kumar, J., Ghosh, P. (2005). Determination of N_γ for rough circular footing using the method of characteristics, *EJGE*.
- Manoharan N., Dasgupta S.P. (1995). Bearing capacity of surface footings by finite elements. *Computers & Structures*, Vol. 54, N° 4, 563-586.
- Martin, C.M. (2004). User guide for ABC - Analysis of Bearing Capacity. Report No. OUEL 2261/03, Department of Engineering Science, University of Oxford.
- Salençon, J., Matar, M. (1982). Capacité portante des fondations superficielles circulaires. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, Vol. 1, N° 2, 237-267.